

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Южно-Уральский государственный университет  
Кафедра «Прикладная механика, динамика и прочность машин»

539.3/.6(07)  
К615

В.П. Колпаков, А.В. Понькин, Е.Е. Рихтер

## **СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

Учебное пособие для лабораторных работ

Челябинск  
Издательский центр ЮУрГУ  
2014

УДК 539.3/.6(076.5)  
К615

Одобрено  
учебно-методической комиссией  
физического факультета

Рецензенты:  
А.Г. Игнатъев, В.Г. Подойников

Колпаков, В.П.  
К615 Сопrotивление материалов: учебное пособие для лабораторных работ / В.П. Колпаков, А.В. Понькин, Е.Е. Рихтер. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2014. – 94 с.

Учебное пособие состоит из двух разделов и приложения. В первом разделе содержатся восемь лабораторных работ, посвященных механическим испытаниям материалов. Во втором разделе на примере одиннадцати лабораторных работ рассмотрены современные экспериментальные методы исследования напряжений и деформаций в элементах конструкций при статическом и динамическом нагружении. В пособии в краткой форме даны основные теоретические положения, описания и порядок выполнения всех лабораторных работ, контрольные вопросы к ним и требования по технике безопасности.

В приложении приведены сведения об испытательных машинах и приборах, используемых в лабораторных работах, даны основы электротензометрии.

Пособие предназначено для студентов укрупненных групп направлений подготовки 140000, 150000, 160000, 190000, 270000, 280000, а также 07.00.00, 08.00.00, 13.00.00, 15.00.00, 20.00.00, 23.00.00, 24.00.00

УДК 539.3/.6(076.5)

© Издательский центр ЮУрГУ, 2014

## ВВЕДЕНИЕ

Создание новых, более совершенных машин и сооружений, применение новых материалов, обладающих специфическими свойствами, требуют от современного инженера глубоких знаний по теории прочности. Основы расчётов на прочность изучаются в курсе сопротивления материалов. Наряду с методами расчёта напряжений и деформаций большое внимание уделяется лабораторным работам, и особенно – экспериментальным методам исследования прочности конструкций.

Эксперимент необходим, прежде всего, для исследования механических свойств материалов и получения характеристик, используемых в расчётах на прочность. Наличие упрощающих допущений и гипотез требует проверки разработанных на их основе расчётных методов. Кроме того, при особо сложной конфигурации элемента конструкции, особых условиях работы, когда разработка теоретических расчётных методов затруднена, экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений, натурные и другие испытания выходят на первый план. Знание теории в этом случае дает возможность правильно поставить эксперимент, обработать его результаты и сделать выводы.

На лабораторных занятиях должны быть рассмотрены следующие задачи экспериментальных исследований в области прочности: определение механических характеристик материалов, опытная проверка формул сопротивления материалов (и тем самым лежащих в их основе допущений), освоение современных экспериментальных методов исследований деформаций и напряжений.

Пособие состоит из двух разделов. В первом разделе изложено содержание лабораторных работ, посвященных определению механических свойств материалов. Во втором разделе содержатся работы, связанные с экспериментальными методами определения деформаций и напряжений в элементах конструкций при различных видах их нагружения. В приложении приведены схемы и описания испытательных машин и приборов, используемых в лабораторных работах, а также изложены основы электротензометрии.

Уровень подготовленности студентов к проведению лабораторных работ контролируется преподавателем перед каждым лабораторным занятием. Перечни основных контрольных вопросов приведены в конце описания каждой лабораторной работы. Там же указаны мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования и приборов.

## РАЗДЕЛ 1

### МЕХАНИЧЕСКИЕ ИСПЫТАНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Первый раздел пособия посвящен исследованию механических свойств и изучению основных механических характеристик материалов.

Механические свойства материалов характеризуют их способность сопротивляться деформированию и разрушению под действием внешних сил и других воздействий. К основным механическим свойствам материалов относятся: прочность, упругость и пластичность.

Прочностью называют способность материала сопротивляться разрушению и образованию остаточных деформаций, упругостью – способность материала восстанавливать свою форму и размеры после прекращения действия внешних сил, пластичностью – способность материала получать остаточные деформации.

Механические свойства материалов характеризуются рядом величин, называемых механическими характеристиками. В представленных лабораторных работах определяются характеристики статической прочности (предел пропорциональности, предел текучести, временное сопротивление), характеристики пластичности (относительное остаточное удлинение и относительное сужение после разрыва), твердость, а также рассматривается поведение пластичных и хрупких материалов при растяжении, сжатии и кручении.

Часть механических характеристик, определяемых в данном разделе, относятся к числу основных, используемых в инженерных расчетах. Другая часть носит относительный характер и позволяет дать качественную оценку материалу (отразить его твердость и ударную вязкость). Способы определения этих условных характеристик называются технологическими пробами.

Для выполнения работ первого раздела пособия необходимо ознакомиться с принципами действия и устройством испытательных машин, приборов, приспособлений. Краткие описания испытательных машин и приборов даны в приложении. В тех случаях, когда методику испытаний затруднительно изложить в отрыве от описания машин или приборов, это описание дается в соответствующей работе.

Многообразие условий эксплуатации и обработки материалов предопределяет необходимость проведения большого числа механических испытаний, которые можно классифицировать по различным принципам.

По характеру изменения действующих на образец нагрузок различают статические, динамические и усталостные испытания.

Статические испытания характеризуются плавным, относительно медленным (длительностью от нескольких секунд до минуты) возрастанием нагрузки на образец от нуля до некоторой максимальной величины и, соответственно, малой скоростью деформации образца. В зависимости от

схемы приложения нагрузки к образцу различают следующие статические испытания: одноосное растяжение, одноосное сжатие, изгиб, кручение, растяжение и изгиб образца с надрезом и трещиной. Наиболее важными испытаниями являются те, при которых в образце создается однородное напряжённое состояние (одноосное растяжение, одноосное сжатие, кручение тонкостенного образца). При таких испытаниях определяют основные механические характеристики материала.

Динамические испытания характеризуются приложением к образцу нагрузки с резким изменением её величины и большой скоростью деформации образца. Длительность всего испытания не превышает сотых или тысячных долей секунды. В результате динамических испытаний обычно определяют величину полной и удельной работы динамической деформации, а также величину остаточной деформации образца. Динамические испытания чаще проводят по схеме изгиба.

Испытания на усталость проводят при многократном приложении к образцу изменяющихся (циклических) нагрузок. Такие испытания обычно длительны (часы, десятки и сотни часов), и по их результатам определяют число циклов до разрушения образцов при разных значениях напряжений, а в конечном итоге – то предельное напряжение, которое образец выдерживает без разрушения при заданном числе циклов нагружения.

В процессе испытания может осуществляться «мягкое» или «жёсткое» нагружение образца. При «мягком» нагружении в образце с помощью испытательной установки в соответствии с программой испытаний задается усилие (или напряжение) и измеряются возникающие при этом перемещения и деформации. При «жёстком» нагружении задаются перемещения (или деформации) и измеряются возникающие при этом усилия и напряжения.

Наиболее распространен «жёсткий» способ нагружения, предусматривающий возможность непрерывного измерения и записи силы сопротивления образца деформированию. Он используется почти во всех разновидностях статических испытаний.

«Мягкий» способ нагружения образца реализуется обычно при испытаниях на ползучесть и длительную прочность. Их проводят, как правило, при повышенных температурах по схеме одноосного растяжения для оценки характеристик жаропрочного материала. При испытаниях на ползучесть измеряют величину деформации в зависимости от времени при разных уровнях напряжения в образце, а при испытании на длительную прочность определяют время до разрушения образца под действием заданного напряжения.

## Работа 1

### ИСПЫТАНИЕ НА РАСТЯЖЕНИЕ

**Цель работы:** определение механических свойств стали при растяжении по диаграмме растяжения.

#### Основные положения

Испытание на одноосное статическое растяжение является наиболее распространённым способом механических испытаний материала, что объясняется следующими его преимуществами:

- при одноосном растяжении в образце возникает однородное напряжённое состояние. Это значит, что во всех точках поперечного сечения рабочей части образца напряжения получаются одинаковыми и, независимо от того, деформируется образец упруго или пластически, они вычисляются по одной и той же формуле:  $\sigma = F/S_0$ ; где  $F$  – растягивающая нагрузка,  $S_0$  – начальная площадь поперечного сечения образца;
- методика проведения испытаний на растяжение не сложна и хорошо отработана;
- конструкции образцов и захватов испытательных машин просты и технологичны.

Механические характеристики материалов, определяемые при испытании на растяжение, считают основными. Однако в ряде случаев необходимо проводить испытания и при других видах нагружения: сжатии, кручении, изгибе, сдвиге. Кроме статических испытаний при нормальной температуре проводятся также испытания материалов в условиях динамических нагрузок (удар), испытания при циклических изменяющихся напряжениях, испытания при высоких и низких температурах и другие.

Для обеспечения сравнимости результатов механических испытаний методика их проведения и приемы обработки получаемых данных регламентируются соответствующими стандартами (ГОСТ, ИСО).

Испытание на статическое растяжение производится путем плавного непрерывно возрастающего нагружения образца круглого или прямоугольного сечения на испытательной машине. При этом процесс деформирования развивается обычно в последовательности: упругая деформация, упруго-пластическая деформация и разрушение. Упругими называются такие деформации, которые исчезают после снятия нагрузки; пластическими (или остаточными) – деформации, которые остаются в образце после снятия нагрузки.

В зависимости от поведения материалов при статическом растяжении в условиях нормальной температуры их делят на пластичные и хрупкие. Пластичные материалы разрушаются лишь после значительной остаточной деформации, хрупкие – без заметной остаточной деформации. Такое деление в известной мере условно, так как, во-первых, не существует резкой

границы между пластичными и хрупкими материалами, и, во-вторых, пластические свойства материала изменяются в зависимости от ряда условий (температура, скорость нагружения, вид напряжённого состояния и др.).

Для испытаний на растяжение согласно ГОСТ 1497-84 (ИСО 6892-84) применяют пропорциональные цилиндрические образцы диаметром от 3 мм и более или плоские (из листового материала) толщиной от 0,5 мм и более (рис. 1: а; б; в). Начальная расчётная длина образцов должна составлять:  $l_0 = 5,65\sqrt{S_0}$  – для коротких образцов пятикратной длины (для цилиндрических образцов это равносильно требованию  $l_0 = 5d_0$ ), где  $S_0$  – начальная площадь поперечного сечения образца, или  $l_0 = 11,3\sqrt{S_0}$  – для образцов десятикратной длины (для цилиндрических –  $l_0 = 10d_0$ ); величина  $l$  на рисунках – это длина рабочей части образца.

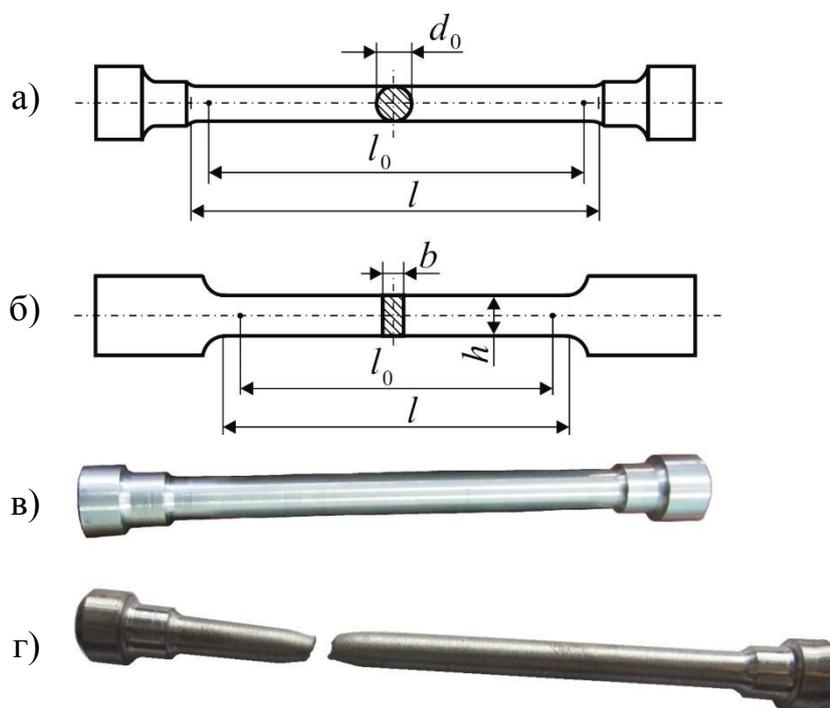


Рис. 1. Образцы на растяжение:

- а – цилиндрический образец десятикратной длины;
- б – плоский образец десятикратной длины;
- в – внешний вид цилиндрического образца десятикратной длины;
- г – образец после испытания

Выбор формы и размеров образца обуславливается возможностями изготовления, а также мощностью и конструкцией применяемой испытательной машины. В целях экономии материала при массовых испытаниях целесообразнее применение коротких образцов пятикратной длины.

При проведении испытания с помощью диаграммного аппарата испытательной машины можно записать диаграмму растяжения образца, т. е. зависимость удлинения образца  $\Delta l$  от нагрузки  $F$ .

Различают три типа диаграмм растяжения (рис. 2):

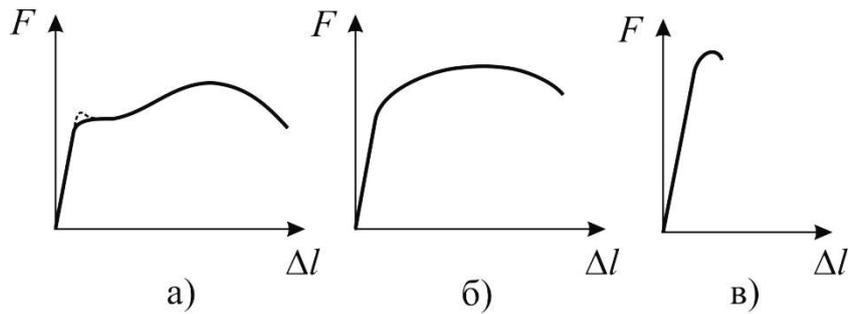


Рис. 2. Типы диаграмм растяжения

а) Диаграмма растяжения образца из пластичного материала, имеющего выраженный переход из упругой области деформирования в упруго-пластическую (рис. 1, а). На диаграмме этот переход отражается появлением «площадки» текучести, на протяжении которой деформация в образце нарастает практически без увеличения нагрузки. Такой тип диаграммы характерен лишь для некоторых металлических сплавов (малоуглеродистые стали, некоторые латуни, отожженные марганцовистые и алюминиевые бронзы). Иногда в начале площадки текучести можно наблюдать «зуб» текучести (показан тонкой прерывистой линией). Для этих сплавов существует физический предел текучести.

б) Диаграмма растяжения образца из пластичного материала, имеющего плавный переход из упругой области деформирования в упруго-пластическую (рис. 1, б), которая свойственна большинству чистых металлов и металлических сплавов. Для них можно определить лишь условный предел текучести.

в) Диаграмма растяжения образца из хрупкого материала (рис. 1, в), характерная для серых и белых чугунов, закаленных и не отпущенных сталей, литых алюминиевых и цинковых сплавов, а также многих неметаллов: камня, кирпича, бетона, некоторых пластмасс и др. Диаграмма растяжения таких материалов коротка в направлении удлинений, что иллюстрирует их хрупкость (малую пластичность).

По диаграмме растяжения образца могут быть определены основные механические характеристики материалов.

### Характеристики прочности

1. Предел пропорциональности  $\sigma_{\text{пц}}$  – наибольшее напряжение, до которого материал следует закону Гука (деформации пропорциональны нагрузке):

$$\sigma_{\text{пц}} = \frac{F_{\text{пц}}}{S_0},$$

где  $F_{\text{пц}}$  – нагрузка, соответствующая пределу пропорциональности;  
 $S_0$  – начальная площадь поперечного сечения образца.

Значение  $F_{\text{пл}}$  находится по диаграмме растяжения как ордината точки  $A$  (рис. 3, а), расположенной в конце прямолинейного участка диаграммы. Для определения положения точки  $A$  можно использовать графический способ (рис. 3, б): из начала координат проводят прямую, совпадающую с начальным линейным участком диаграммы. Затем на произвольном уровне проводят прямую  $EK$ , параллельную оси абсцисс, и на этой прямой откладывают отрезок  $KR$ , равный половине отрезка  $EK$ . Через точку  $R$  и начало координат проводят прямую  $OR$  и параллельно ей проводят касательную к диаграмме растяжения. Точка касания является искомой точкой  $A$ .

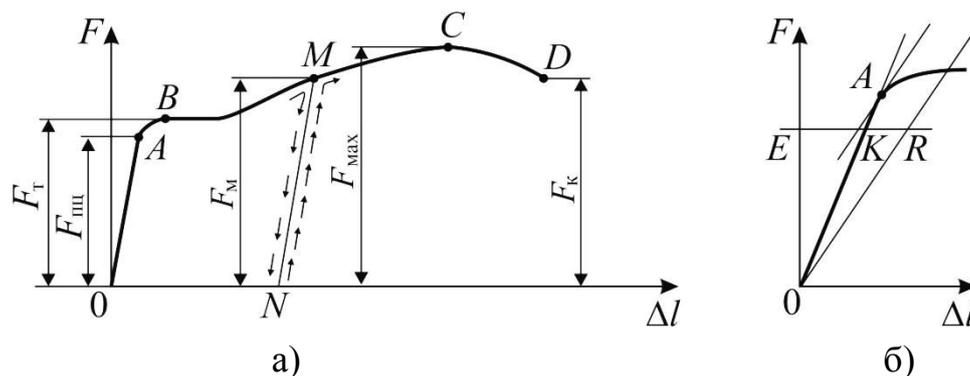


Рис. 3. Диаграмма растяжения: а – общий вид диаграммы; б – определение положения точки  $A$

## 2. Предел текучести физический $\sigma_T$ или условный $\sigma_{0,2}$ .

Физический предел текучести  $\sigma_T$  – напряжение, при котором образец деформируется без заметного увеличения растягивающей нагрузки:

$$\sigma_T = \frac{F_T}{S_0},$$

где  $F_T$  – нагрузка, соответствующая «площадке» текучести на диаграмме растяжения (ордината точки  $B$ , см. рис. 3, а).

Условный предел текучести  $\sigma_{0,2}$  – напряжение, при котором пластическая деформация (относительное остаточное удлинение) достигает 0,2%:

$$\sigma_{0,2} = \frac{F_{0,2}}{S_0},$$

где  $F_{0,2}$  – нагрузка, соответствующая этой пластической деформации.

Условный предел текучести определяется для материалов, у которых на диаграмме растяжения нет «площадки» текучести.

Для определения нагрузки  $F_{0,2}$  по диаграмме растяжения на оси  $\Delta l$  (рис. 4) откладывают отрезок  $OL$ , равный величине  $\Delta l_{0,2} = 0,002l$  с учетом масштаба диаграммы ( $l$  – начальная длина рабочей части образца, см. рис. 1). Через точку  $L$  проводят прямую, параллельную начальному участку  $OA$ , до пересечения с диаграммой растяжения и получают точку  $B$ . Нагрузка, соответствующая этой точке, будет  $F_{0,2}$ .

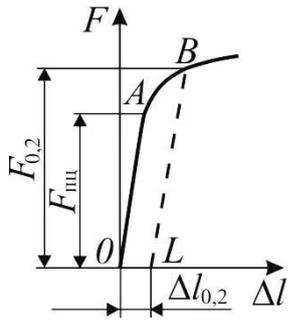


Рис. 4

3. Временное сопротивление (предел прочности)  $\sigma_B$  – условное напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке, предшествующей разрушению образца:

$$\sigma_B = \frac{F_{\max}}{S_0},$$

где  $F_{\max}$  – максимальная нагрузка, которую выдерживает образец (ордината точки C, см. рис. 3, а).

Напряжение  $\sigma_B$  считается условным, потому что оно вычисляется по отношению к начальной площади поперечного сечения образца  $S_0$ , которая в действительности уменьшается при деформировании. Для  $\sigma_{\text{пц}}$  и  $\sigma_T$  это уменьшение незначительно, поэтому условность этих характеристик обычно не оговаривается.

4. Истинное сопротивление разрыву  $\sigma_f$  – напряжение, определяемое отношением нагрузки в момент разрыва к площади поперечного сечения в месте разрыва:

$$\sigma_f = \frac{F_K}{S_K},$$

где  $F_K$  – нагрузка при разрыве образца (ордината точки D, см. рис. 3, а);  $S_K$  – площадь поперечного сечения разрушенного образца в месте разрыва.

У пластичных материалов всегда  $\sigma_f > \sigma_B$ , а у хрупких  $\sigma_f \approx \sigma_B$ .

Если нагрузить образец до некоторого значения нагрузки  $F_M$ , превышающей величину  $F_T$  (точка M, см. рис. 3, а) и затем его разгрузить, то на диаграмме получим прямую MN, параллельную начальному (упругому) участку OA. Это значит, что при разгрузке материал ведет себя как упругий, и зависимость между напряжением и деформацией остается линейной независимо от величины напряжения, с которого начата разгрузка (закон разгрузки).

При новом нагружении кривая деформирования повторяет линию разгрузки MN (закон вторичного нагружения), а затем принимает вид кривой MCD первичной диаграммы растяжения. При этом, как видно из диаграммы, повышается предел пропорциональности: длина участка NM больше длины участка OA. В результате предварительной пластической деформации металл становится более прочным (явление наклепа), увеличивается диапазон упругого растяжения. Пластические свойства металла при этом снижаются, уменьшается также и его статическая вязкость.

По данным диаграммы растяжения можно построить диаграмму условных напряжений в координатах: напряжение  $\sigma = F/S_0 \sim$  деформация (относительное удлинение)  $\varepsilon = \Delta l/l$  (рис. 5). Диаграмма условных напряжений полностью подобна диаграмме растяжения, но характеризует процесс деформирования не образца данных размеров, а материала образца. На ней имеются те же характерные точки A, B, C и D, что и на диаграмме растяжения. В случае, если проводилась промежуточная разгрузка, на диаграмме будет соот-

ветствующий отрезок  $MN$ . Величины  $\epsilon$ ,  $\epsilon_{\text{ост}}$  и  $\epsilon_{\text{упр}}$  – это полная, пластическая (остаточная) и упругая деформации в точке  $M$ .

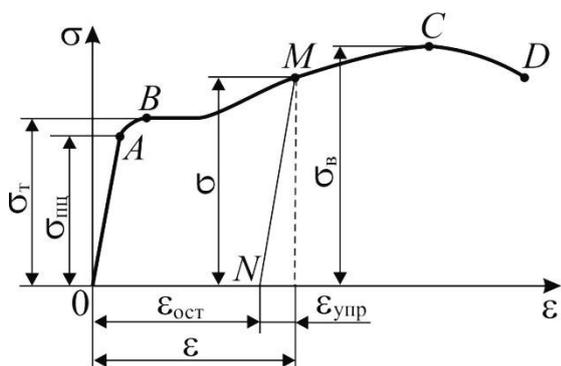


Рис. 5. Диаграмма условных напряжений

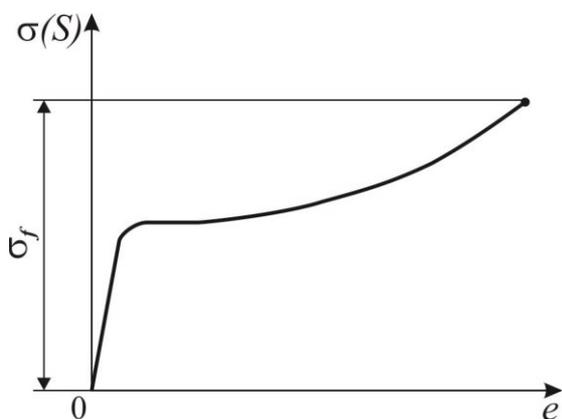


Рис. 6. Диаграмма истинных напряжений

Уменьшение напряжений перед разрушением на диаграмме (участок  $CD$ ) является следствием того, что при вычислении напряжений нагрузка делится на начальную площадь  $S_0$ . Действительные (истинные) напряжения  $\sigma(S) = F/S$  (где  $S$  – площадь поперечного сечения образца в данный момент нагружения) возрастают вплоть до момента разрушения. Это видно из диаграммы истинных напряжений в координатах: истинное напряжение  $\sigma(S) \sim$  истинная деформация  $e = \ln(S_0/S)$  (рис. 6).

### Характеристики пластичности

1. Относительное удлинение после разрыва:

$$\delta = \frac{l_k - l_0}{l_0} \cdot 100\%,$$

где  $l_k$  – конечная длина расчётной части разрушенного образца.

Значение  $l_k$  вследствие образования шейки (местного сужения, см. рис. 1, г) при разрыве образца зависит от его кратности (отношения  $l_0/d_0$ ). Поэтому указывают кратность испытанного образца (пятикратный или десятикратный). Очевидно, что для одного и того же материала всегда  $\delta_5 > \delta_{10}$ .

Величина  $\delta$  вычисляется не по диаграмме растяжения, а путем непосредственных замеров на образце, так как диаграммным аппаратом испытательной машины по оси абсцисс диаграммы фиксируется удлинение всего образца, а не только его расчётной части.

Возможно также определение относительного равномерного удлинения. Для этого до испытания на поверхности рабочей части образца по всей её длине наносят через каждые 5 или 10 мм метки (в виде рисок или керн). После разрыва образца выбирают большую из его частей и, отступив от места разрушения не менее  $2d_0$  для исключения влияния местного сужения образца в области шейки, измеряют на оставшемся участке ко-

нечное расстояние между крайними (наиболее удалёнными друг от друга) метками  $l_{кр}$ . Относительное равномерное удлинение:

$$\delta_p = \frac{l_{кр} - l_{нр}}{l_{нр}} \cdot 100\%,$$

где  $l_{нр}$  – начальное расстояние между этими же метками.

2. Относительное сужение после разрыва:

$$\psi = \frac{S_0 - S_k}{S_0} \cdot 100\%.$$

Как  $\delta$ , так и  $\psi$  характеризуют пластичность материала при растяжении, т. е. его способность получать остаточные деформации до разрушения. При больших значениях  $\delta$  и  $\psi$  материал считается пластичным, при малых (обычно при  $\delta < 1\%$ ) – хрупким.

### Энергетическая характеристика

Удельная работа деформации при растяжении (статическая вязкость)  $a$  – это работа, затраченная на разрушение образца, отнесенная к объёму его рабочей части:

$$a = \frac{A_p}{V_0}, \quad \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3};$$

где  $V_0 = S_0 l_0$  – начальный объём рабочей части образца;  $A_p$  – работа, затраченная на разрушение образца. Работа  $A_p$  пропорциональна площади диаграммы растяжения:  $A_p = \Omega \cdot m \cdot n$ . Здесь  $\Omega$  – площадь диаграммы,  $m$  – масштаб усилий,  $n$  – масштаб удлинений.

Статическая вязкость материала косвенно характеризует его сопротивляемость динамическим (ударным) нагрузкам.

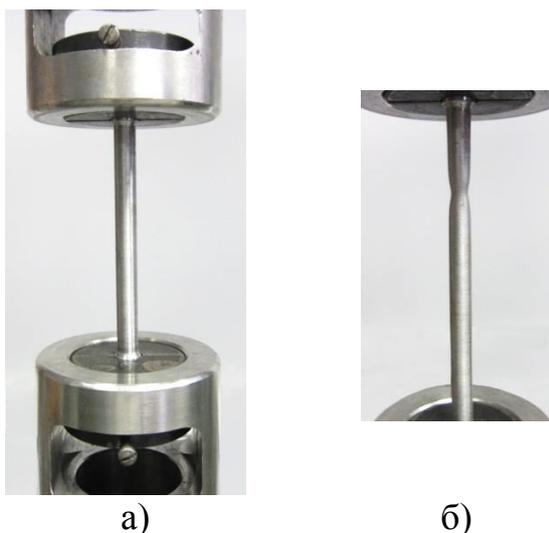


Рис. 7. Образец в захватах испытательной машины: а – в начале испытаний; б – перед разрушением

### Порядок выполнения работы

1. Замерить диаметр образца  $d_0$ .
2. Штангенциркулем отложить на рабочей части образца расчётную длину  $l_0 \approx 10d_0$  и с помощью керны поставить две метки. Метки не должны быть глубокими, чтобы не уменьшить площадь поперечного сечения образца.
3. Установить образец в захваты испытательной машины УМЭ-10ТМ (рис. 7, а) и настроить диаграммный аппарат. Основные характеристики и особенности работы машины УМЭ-10ТМ приведены в Приложении.

4. Произвести испытание образца до разрыва. При испытании одного из образцов с целью наблюдения явления наклёпа рекомендуется разгрузить образец с какой-либо нагрузки за пределом текучести (точка  $M$ , см. рис. 3), а затем провести новое нагружение до разрушения. Обратит внимание на образование шейки перед разрушением образца (рис. 7, б).

5. Обработать полученную диаграмму растяжения:

а) найти начало диаграммы, как показано на рис. 8. В начальной стадии растяжения образца происходит выборка зазоров в испытательной машине и обжатие головок образца по сухарям захватов, поэтому начальная часть диаграммы может быть криволинейной;

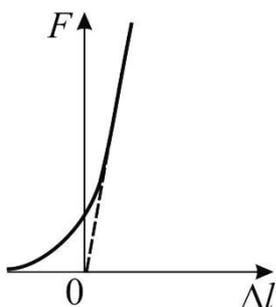


Рис. 8

б) отметить на диаграмме характерные точки  $A, D, C, D$  и определить нагрузки  $F_{\text{пц}}, F_T(F_{0,2}), F_{\text{max}}, F_K$ .

6. Определить конечную длину расчётной части разрушенного образца  $l_K$ . Для этого нужно сложить вместе обе части разрушенного образца и измерить расстояние между метками.

7. Замерить диаметр шейки  $d_K$ .

8. Вычислить механические характеристики материалов испытываемых образцов  $\sigma_{\text{пц}}, \sigma_T(\sigma_{0,2}), \sigma_B, \sigma_f, \delta, \psi$ .

9. Построить диаграмму условных напряжений при растяжении в координатах:  $\sigma \sim \varepsilon$ .

10. Построить приближённую диаграмму истинных напряжений в координатах:  $\sigma(S) \sim e$ . Для этого на диаграмме условных напряжений нанести точку с координатами  $\sigma_f, e_K = \ln(S_0/S_K)$  и провести из этой точки прямую, касательную к кривой условных напряжений в начальной области пластического деформирования образца.

### Литература

[1, §1.6–1.9], [2, §29], [3, §3.7–3.9], [4, с. 5–21], [5, с. 10–19], [6, с. 7–15]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. Не включать испытательную машину без разрешения преподавателя. Проводить испытания только в присутствии преподавателя или лаборанта.

2. Наносить метки на образец с помощью керн только на специальной подставке.

3. После установки образца в захваты испытательной машины закрыть захваты заградительными щитками, если они предусмотрены конструкцией машины.

4. При проведении испытаний находиться на расстоянии не ближе одного метра от машины.

5. Не дотрагиваться до образца, установленного в захваты испытательной установки и находящегося под нагрузкой.

## Вопросы для самопроверки

1. Почему испытание материалов на растяжение является наиболее распространённым?
2. Какой вид имеют диаграммы растяжения образцов из малоуглеродистой, из легированной стали и из чугуна, чем они различаются?
3. Какие характерные точки различают на диаграмме растяжения образца из пластичного материала?
4. До какой точки диаграммы растяжения образец деформируется равномерно по всей длине? Чем объясняется падение растягивающей нагрузки перед разрывом образца из пластичного материала?
5. Что называется пределом пропорциональности, пределом текучести (физическим и условным), временным сопротивлением, истинным сопротивлением разрушению? Как определяются эти механические характеристики?
6. Как по диаграмме условных напряжений определить долю упругих и долю пластических деформаций при нагружении образца силой, превышающей  $F_T$ ?
7. Какие материалы называются пластичными, какие хрупкими? Какие величины служат характеристиками пластичности материала, как они определяются?
8. Какой вид имеют диаграммы условных и истинных напряжений при растяжении образца из пластичного материала, в чём их различие? Как вычисляются условные и истинные напряжения?
9. В чём состоит закон разгрузки и повторного нагружения? Что такое наклёп? Как меняются механические свойства материалов после наклёпа?
10. Как определяется работа, затраченная на разрушение образца? Что такое статическая вязкость материала?

## Работа 2

### ИСПЫТАНИЕ НА СЖАТИЕ

**Цель работы:** определение механических характеристик прочности материалов при сжатии.

#### Основные положения

Напряжения и деформации при осевом сжатии стержня определяются так же, как и при растяжении. Поэтому все механические характеристики, определяемые при испытании на сжатие, сохраняют те же определения, что и при растяжении. Однако между процессом деформирования материала при сжатии и при растяжении имеется существенное отличие, которое особенно проявляется при нагружении образца из пластичного материала за пределами упругости. Силы трения, возникающие по торцам образца, препятствуют поперечной деформации, и цилиндрический (или призматический)

ческий) образец приобретает бочкообразную форму. Для уменьшения бочкообразности существует несколько приемов. Простейший из них – снижение сил трения за счёт шлифовки торцов образцов и их смазки, например, графитом.

Пластичные и хрупкие материалы по-разному ведут себя при сжатии. У пластичных материалов предел пропорциональности  $\sigma_{\text{пц}}^c$ , а также физический  $\sigma_{\text{т}}^c$  либо условный  $\sigma_{0,2}^c$  пределы текучести оказываются весьма близкими к соответствующим значениям, полученным при растяжении. Поэтому считается, что пластичные материалы одинаково работают при растяжении и сжатии. При сжатии за пределом текучести вследствие интенсивного поперечного расширения усилие, необходимое для дальнейшей деформации образца, быстро возрастает. Достаточно пластичные материалы при сжатии не разрушаются (образец расплющивается) и определить предел прочности нельзя.

Образец из хрупкого материала при сжатии может приобретать бочкообразную форму лишь в очень незначительной степени. Процесс нагружения заканчивается разрушением образца. По разрушающей нагрузке определяется временное сопротивление (предел прочности) при сжатии  $\sigma_{\text{в}}^{\text{сж}}$ . Для хрупких материалов испытание на сжатие является основным видом испытаний. Заметим, что временное сопротивление (предел прочности) при растяжении у хрупких материалов существенно меньше, чем при сжатии, т. е.  $\sigma_{\text{в}}^{\text{р}} < \sigma_{\text{в}}^{\text{сж}}$ .

Процесс испытания на сжатие наглядно изображается диаграммой сжатия, которая может быть записана с помощью диаграммного аппарата испытательной машины в координатах: сила сжатия  $F \sim$  абсолютное укорочение  $\Delta h$ .

В настоящей работе проводится испытание на сжатие образцов из малоуглеродистой стали, чугуна. Работа выполняется на испытательной машине УМЭ-10ТМ. При испытании записывается диаграмма сжатия, по которой могут быть определены  $\sigma_{\text{пц}}^c$ ,  $\sigma_{\text{т}}^c$ ,  $\sigma_{0,2}^c$  – для стали и  $\sigma_{\text{в}}^{\text{сж}}$  – для чугуна. Возможно также проведение испытаний на сжатие образцов из дерева.

## 1. Испытание на сжатие стального образца

Испытания на сжатие черных и цветных металлов и сплавов проводятся в соответствии с ГОСТ 25.503-97. Образцы из металлов обычно имеют форму цилиндра диаметром  $d$  и высотой  $h$ , причём  $1 < h/d \leq 5$  (применение при сжатии длинных образцов с  $h/d > 5$  невозможно из-за опасности их искривления). Испытываемый образец устанавливается между сжимающими плитами машины и нагружается постепенно возрастающей сжимающей нагрузкой. Вид диаграммы изображен на рис. 9, а.

Первоначальный участок диаграммы прямолинеен, на этом участке справедлив закон Гука. Далее диаграмма искривляется сначала в одну сто-

рону (это связано с появлением и развитием пластических деформаций), а, затем, в противоположную (из-за существенного увеличения площади поперечного сечения образца). В процессе нагружения необходимо внимательно следить за показаниями силоизмерителя, и при достижении нагрузки, близкой к предельной для испытательной машины, необходимо остановить нагружение и произвести разгрузку образца. Начальный (цилиндрический) и конечный (бочкообразный) вид образца показаны на рис. 9, б.

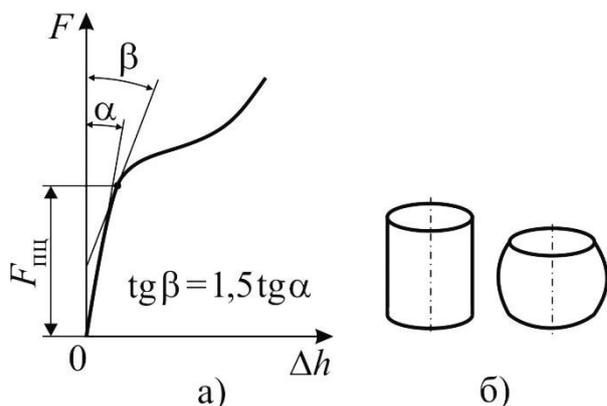


Рис. 9. Испытание на сжатие стального образца: а – вид диаграммы сжатия; б – образец до и после нагружения

Предел пропорциональности вычисляется по формуле:

$$\sigma_{плц}^c = \frac{F_{плц}}{S_0},$$

где  $F_{плц}$  – нагрузка, при которой тангенс угла наклона, образованного касательной к диаграмме сжатия и осью нагрузок, увеличивается на 50% от своего значения на линейном упругом участке (см. рис. 9, а);  $S_0$  – начальная площадь поперечного сечения образца.

## 2. Испытание на сжатие чугунного образца

Испытание на сжатие чугунных образцов должно проводиться в соответствии с ГОСТ 27208-87. Используются цилиндрические образцы диаметром от 10 до 25 мм и высотой, равной диаметру. Под действием сжимающей нагрузки чугунный образец первоначально деформируется упруго, и диаграмма сжатия идет по прямой (рис. 10, а). Затем, всё более искривляясь, она достигает максимума и резко обрывается в момент разрушения.

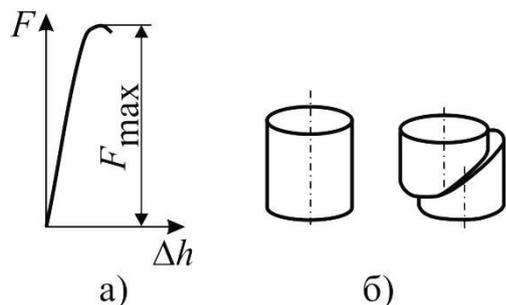


Рис. 10. Испытание на сжатие чугунного образца: а – вид диаграммы сжатия; б – образец до и после нагружения

Разрушение образца происходит в результате образования наклонных трещин, направленных примерно под углом  $45^\circ$  к оси образца, т. е. параллельно площадкам, на которых действуют наибольшие касательные напряжения (рис. 10, б)

В результате испытания определяется величина временного сопротивления (предела прочности) при сжатии:

$$\sigma_{в}^{сжк} = \frac{F_{max}}{S_0}.$$

### 3. Испытание на сжатие деревянных образцов

Древесина является анизотропным материалом, то есть обладает различными свойствами в разных направлениях. При изучении свойств древесины выделяют два главных направления: вдоль волокон и поперек волокон. Вдоль волокон древесина обладает наибольшими прочностными и упругими свойствами, поперек волокон – наименьшими.

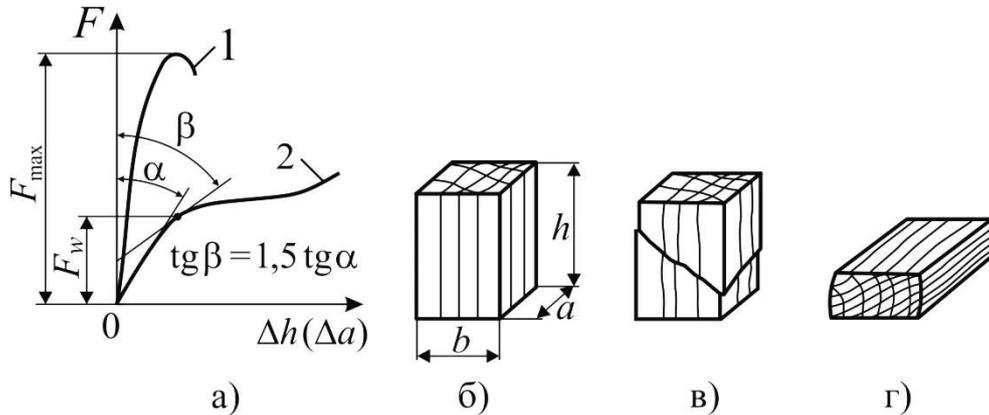


Рис. 11. Испытания деревянных образцов на сжатие: а – диаграммы деформирования; б – образец для испытаний; в – образец после испытания на сжатие вдоль волокон; г – образец после испытания на сжатие поперек волокон

Для испытания согласно ГОСТ 16483.10-73 применяют образцы в форме прямоугольной призмы с основанием  $20 \times 20$  мм и длиной вдоль волокон 30 мм (рис. 11, б). При сжатии дерева вдоль волокон в образце возникают небольшие остаточные деформации (рис. 11, а, кривая 1), может наблюдаться образование поперечных складок, обмятие торцов и образование продольных трещин. Разрушение происходит в результате сдвига в плоскости под углом около  $45^\circ$  к продольной оси образца (рис. 11, в).

По результатам испытания определяется предел прочности:

$$\sigma_w = \frac{F_{\max}}{ab}$$

При сжатии древесины поперек волокон наблюдаются большие остаточные деформации. Полного разрушения образца, как правило, не происходит, он спрессовывается (рис. 11, г). В связи с этим нагрузку  $F_w$ , соответствующую условному пределу прочности, определяют по диаграмме сжатия как ординату точки, в которой тангенс угла между касательной к диаграмме сжатия и осью нагрузок увеличивается на 50% по сравнению с начальным прямолинейным участком диаграммы (ГОСТ 16483.11-72). Вид диаграммы сжатия поперек волокон показан на рис. 11, а (кривая 2).

Условный предел прочности вычисляется по формуле:

$$\sigma_w = \frac{F_w}{bh}$$

### **Порядок выполнения работы**

1. Замерить размеры образцов.
2. Поставить образец между сжимающими плитами испытательной машины и настроить диаграммный аппарат.
3. Произвести испытание образца на сжатие.
4. С помощью полученных диаграмм сжатия вычислить характеристики прочности.

### **Литература**

[1, §1.6, 1.9, 1.10], [2, §30], [3, §3.10], [4, с. 22–33], [6, с. 25–30]

### **Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования**

1. Не включать испытательную машину без разрешения преподавателя. Проводить испытания только в присутствии преподавателя или лаборанта.
2. При проведении испытаний находиться на расстоянии не ближе одного метра от машины.

### **Вопросы для самопроверки**

1. Какова форма образцов для испытаний на сжатие?
2. Какова особенность поведения образцов при испытании на сжатие?
3. Какой вид имеют диаграммы сжатия образцов из пластичного и хрупкого материалов?
4. В каких координатах записывается диаграмма сжатия диаграммным аппаратом испытательной машины?
5. Какие механические характеристики определяются при испытании на сжатие пластичных и хрупких материалов?
6. У каких материалов прочность на растяжение и сжатие практически одинакова, у каких различна?
7. Для каких материалов испытание на сжатие является основным?
8. Что происходит с образцами из дерева при сжатии вдоль волокон, поперек волокон?
9. Как находят предел прочности при сжатии для образцов из дерева?

## **Работа 3**

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛА ПРИ РАСТЯЖЕНИИ**

**Цель работы:** определение модуля упругости и коэффициента Пуассона при испытании на растяжение и иллюстрация закона Гука.

#### **Основные положения**

Модулем упругости  $E$  (модулем упругости первого рода или модулем Юнга) называется коэффициент пропорциональности между нормальным

напряжением и линейной деформацией при растяжении или сжатии в законе Гука:

$$\sigma = E \varepsilon_z,$$

где  $\sigma$  – нормальное напряжение в поперечном сечении стержня;  $\varepsilon_z$  – линейная (продольная) деформация (ось  $z$  направлена вдоль оси стержня). Модуль упругости имеет такую же размерность, что и напряжение – МПа (в технической литературе часто встречается размерность этих величин в виде кгс/мм<sup>2</sup> или кгс/см<sup>2</sup>). Отметим, что закон Гука справедлив для большинства конструкционных материалов (стали, сплавы, цветные металлы и сплавы на их основе) при условии, что величина нормального напряжения не превышает предела пропорциональности  $\sigma_{\text{пц}}$ . В чугунах закон Гука выполняется практически вплоть до достижения напряжением предела прочности  $\sigma_B^p$  или  $\sigma_B^{\text{сж}}$ .

Коэффициентом Пуассона  $\mu$  называется отношение поперечной деформации  $\varepsilon_x$  (ось  $x$  направлена перпендикулярно оси стержня) к продольной  $\varepsilon_z$ , взятое по абсолютному значению:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} \right|, \quad \varepsilon_z = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad \varepsilon_x = \frac{\Delta b}{b_0},$$

где  $l_0$  и  $b_0$  – соответственно продольный и поперечный размеры образца в исходном состоянии, а  $\Delta l$  и  $\Delta b$  – их изменение в процессе нагружения. Величина  $\mu$  является безразмерной.

Модуль упругости и коэффициент Пуассона являются характеристиками упругих свойств материала. Их величины могут быть получены из опыта как при испытании на растяжение, так и при испытании на сжатие. Работа выполняется на типовом комплексе испытательного оборудования ОСМ, рис. 12. Образец 8 в виде полосы с прямоугольным поперечным сечением с помощью пальцев 3 и 9 закрепляется в захватах 2 и 10 испытательной установки. Прикладываемое к образцу растягивающее усилие измеряется динамометром 1. Для непо-

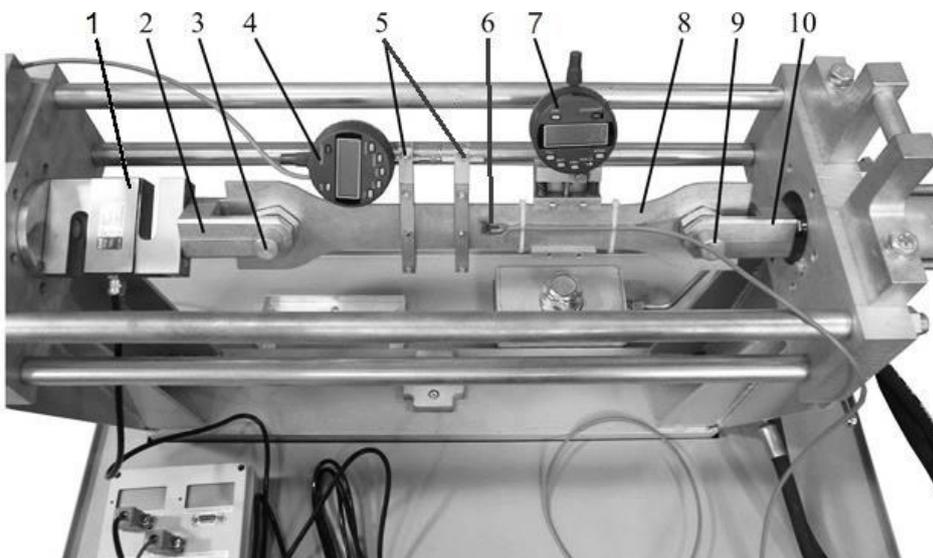


Рис. 12. Испытательный комплекс ОСМ

мощью пальцев 3 и 9 закрепляется в захватах 2 и 10 испытательной установки. Прикладываемое к образцу растягивающее усилие измеряется динамометром 1. Для непо-

средственного измерения деформаций на поверхность образца наклеены тензорезисторы 6. Деформации могут быть также рассчитаны по показаниям электронных микрометров (индикаторов) 4 и 7. Электронными микрометрами измеряют абсолютное удлинение или укорочение начального размера образца на определенной базе. Микрометр 4 измеряет взаимное продольное перемещение двух поперечных сечений, в которых закреплены опоры 5, а микрометр 7 – поперечное сужение образца.

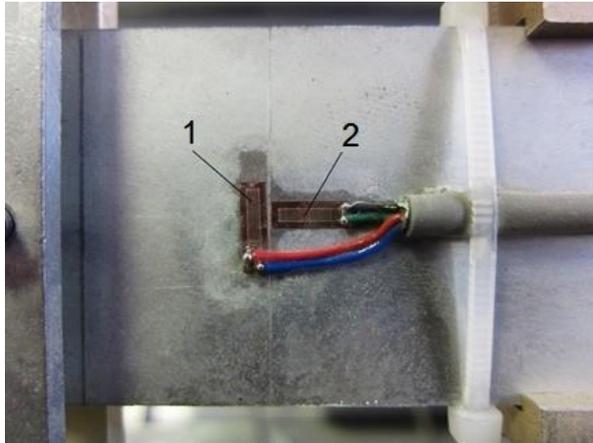


Рис. 13. Расположение тензорезисторов

Тензорезисторы 1 и 2 (рис. 13) предназначены для измерения соответственно поперечной и продольной деформаций в образце. При использовании тензорезисторов модуль упругости определяется непосредственно из закона Гука, а коэффициент поперечной деформации может быть найден как отношение показаний тензорезистора 1 к показаниям тензорезистора 2, взятое по модулю. При использовании электронных микрометров необходимо сначала определить величины

продольной и поперечной деформаций, и уже потом вычислять  $E$  и  $\mu$ .

Для иллюстрации линейной зависимости между нагрузкой и удлинением нагружение образца осуществляют несколькими равными ступенями нагрузки  $\Delta F$ . Средняя продольная деформация на ступень нагрузки может быть найдена двумя способами:

1) по показаниям тензорезистора 2 (см. рис. 13):

$$\Delta \varepsilon_z = \Delta A_{\text{cp}}^{(2)} \cdot k_\varepsilon, \quad \text{где } \Delta A_{\text{cp}}^{(2)} = \sum \Delta A^{(2)} / n -$$

среднеарифметическое приращение показаний тензорезистора 2 на ступень нагрузки  $\Delta F$ ,  $k_\varepsilon$  – цена деления прибора,  $n$  – число ступеней нагружения;

2) по показаниям микрометра 4 (см. рис. 12):

$$\Delta \varepsilon_z = \Delta A_{\text{cp}}^{(4)} / l, \quad \text{где } \Delta A_{\text{cp}}^{(4)} = \sum \Delta A^{(4)} / n -$$

среднеарифметическое приращение показаний микрометра 4 на ступень нагрузки  $\Delta F$ ,  $l$  – база измерения микрометра.

Модуль упругости  $E$  можно найти из выражения:

$$E = \frac{\Delta F}{S_0 \cdot \Delta \varepsilon_z},$$

$S_0$  – площадь поперечного сечения образца в ненагруженном состоянии.

Средняя поперечная деформация на ступень нагрузки также может быть найдена двумя способами:

1) по показаниям тензорезистора 1 (см. рис. 13):

$$\Delta\varepsilon_x = \Delta B_{\text{ср}}^{(1)} \cdot k_\varepsilon, \quad \text{где } \Delta B_{\text{ср}}^{(1)} = \sum \Delta B^{(1)} / n -$$

среднеарифметическое приращение показаний тензорезистора 1 на ступень нагрузки  $\Delta F$ ;

2) по показаниям микрометра 7 (см. рис. 12):

$$\Delta\varepsilon_x = \Delta B_{\text{ср}}^{(7)} / b, \quad \text{где } \Delta B_{\text{ср}}^{(7)} = \sum \Delta B^{(7)} / n -$$

среднеарифметическое приращение показаний микрометра 7 на ступень нагрузки  $\Delta F$ ,  $b$  – ширина поперечного сечения образца, являющаяся базой измерения этого микрометра.

Коэффициент Пуассона вычисляют по формуле:  $\mu = |\Delta\varepsilon_x / \Delta\varepsilon_z|$ .

### Порядок выполнения работы

1. Непосредственным измерением или по технической документации на установку определить ширину  $b$  и толщину  $t$  образца, вычислить площадь поперечного сечения  $S_0$ .

2. Определить базу  $l$  микрометра 4 (расстояние между стопорными винтами двух опор 5), см. рис. 12.

3. Определить наибольшую нагрузку  $F_{\text{пц}}$ , не вызывающую в образце напряжений, превышающих предел пропорциональности. При этом принять  $\sigma_{\text{пц}} = 200$  МПа.

4. Принять предварительную нагрузку  $F_0 = 3$  кН, величину ступени нагрузки  $\Delta F = 5$  кН и выбрать число ступеней нагружения  $n$  из условия  $F_0 + n\Delta F \leq F_{\text{пц}}$ .

5. Нагрузить образец предварительной нагрузкой  $F_0$  и записать начальные показания тензорезисторов и микрометров.

6. Увеличить усилие, действующее на образец, на величину принятой ступени нагрузки.

7. Записать текущее значение усилия, показания тензорезисторов и микрометров.

8. Повторить пункты 7 и 8 в соответствии с выбранным числом ступеней нагружения  $n$ .

9. Рассчитать для каждой ступени нагружения:

а) значение действующего осевого напряжения:

$$\sigma = \frac{F - F_0}{S_0},$$

где  $F$  – полная нагрузка на образец на данной ступени нагружения;

б) продольную деформацию по показаниям тензорезистора:

$$\varepsilon_z = (A^{(2)} - A_0^{(2)}) \cdot k_\varepsilon$$

и по показаниям микрометра:  $\varepsilon_z = (A^{(4)} - A_0^{(4)}) / l$ ;

в) поперечную деформацию по показаниям тензорезистора:

$$\varepsilon_x = (B^{(1)} - B_0^{(1)}) \cdot k_\varepsilon,$$

и по показаниям микрометра:  $\varepsilon_x = (B^{(7)} - B_0^{(7)})/b$ .

10. Построить график зависимости  $\sigma \sim \varepsilon_z$  как по показаниям тензорезисторов, так и по показаниям микрометров. Сравнить графики.

11. Построить график зависимости  $\varepsilon_x \sim \varepsilon_z$  как по показаниям тензорезисторов, так и по показаниям микрометров. Сравнить графики.

12. Найти модуль упругости

$$E = \frac{\Delta F}{S_0 \cdot \Delta \varepsilon_z}, \text{ МПа.}$$

13. Найти коэффициент Пуассона  $\mu = |\Delta \varepsilon_x / \Delta \varepsilon_z|$ .

### Литература

[1, §1.5]; [2, §28]; [3, §3.1, 3.4]; [5, с. 24–28], [6, с. 16–24]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. Лабораторную работу выполнять только в присутствии преподавателя или лаборанта.

2. Не трогать закрепленные на образце тензорезисторы и электронные микрометры, а также детали силоизмерителя испытательной установки.

3. Нагружение образца осуществлять плавно с помощью рукоятки привода поршня гидроцилиндра. Внимательно следить за величиной нагрузки, чтобы не превысить заданное значение.

4. После проведения испытания полностью разгрузить образец.

### Вопросы для самопроверки

1. Как записывается закон Гука при растяжении и сжатии? До какого предела справедлив закон Гука?

2. Что называется модулем упругости при растяжении и сжатии? Какова его размерность?

3. Что называется коэффициентом Пуассона? Какова его размерность?

4. Какие свойства материала характеризуют  $E$  и  $\mu$ ?

5. Что регистрирует наклеенный на поверхность образца тензорезистор? Что регистрирует электронный микрометр?

6. По результатам каких испытаний могут быть найдены модуль упругости  $E$  и коэффициент Пуассона  $\mu$ ?

## Работа 4

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА

**Цель работы:** определение модуля сдвига  $G$  при испытании на кручение и иллюстрация закона Гука при сдвиге.

#### Основные положения

Модулем сдвига (или модулем упругости 2-го рода) называется коэффициент пропорциональности между касательным напряжением и угловой деформацией в законе Гука при сдвиге:

$$\tau = G\gamma,$$

где  $\tau$  – касательное напряжение,  $\gamma$  – угловая деформация (сдвиг).

Наряду с модулем упругости  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\mu$  модуль сдвига является характеристикой упругих свойств материалов. Для изотропного материала эти три характеристики связаны между собой соотношением:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}.$$

Как видно из формулы, значение  $G$  можно вычислить по известным значениям двух других характеристик, полученным из опыта. Вместе с тем модуль сдвига может быть непосредственно определён опытным путем при кручении стержня круглого или кольцевого поперечного сечения. Для этого пользуются формулой для расчёта угла закручивания стержня:

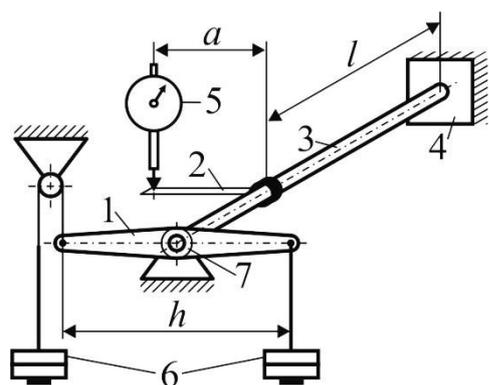
$$\varphi = \frac{Tl}{GI_p},$$

где  $T$  – крутящий момент,  $l$  – длина стержня, на которой определяется угол закручивания,  $I_p$  – полярный момент инерции сечения стержня (для круглого сечения  $I_p = \pi d^4 / 32$ , где  $d$  – диаметр стержня). Отсюда

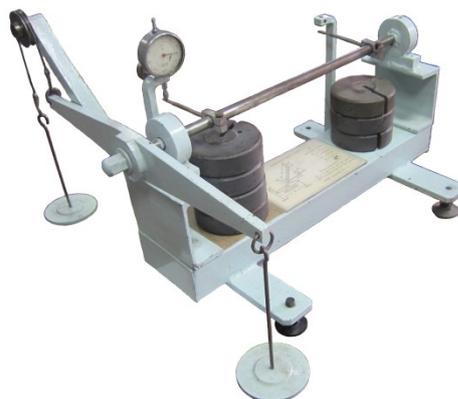
$$G = \frac{32Tl}{\pi d^4 \varphi}.$$

Работа проводится на специальной установке, изображённой на рис. 14. Образец 3 круглого сечения (см. рис. 14, а) жёстко заделан одним концом в опоре 4 и имеет подшипниковую опору 7 на другом конце. При помощи двуплечего рычага 1 с грузами 6 образец нагружается внешним моментом. Угол закручивания образца на длине  $l$  определяется с помощью стрелочного индикатора 5, наконечник которого упирается в рычаг 2 длиной  $a$ .

Для иллюстрации пропорциональной зависимости между нагрузкой и углом закручивания нагружение образца осуществляется несколькими равными ступенями крутящего момента  $\Delta T$ . Приращение угла закручивания на ступень нагружения определяется из формулы  $\Delta\varphi = \Delta A / a$ , где  $\Delta A$  – приращение показаний стрелочного индикатора на ступень нагружения.



а)



б)

Рис. 14. Испытательная установка: а) схема установки; б) внешний вид установки

Модуль упругости вычисляется по формуле:

$$G = \frac{32\Delta T l}{\pi d^4 \varphi_{\text{ср}}}$$

Здесь  $\Delta T = \Delta F h$ ;  $\Delta F$  – ступень нагрузки (при нагружении на подвески кладутся одновременно два груза величиной  $\Delta F$ , по одному на каждую сторону двуплечего рычага 1),  $h$  – плечо пары сил (см. рис. 14);

Среднеарифметическое приращение угла закручивания участка образца длиной  $l$  на ступень нагрузки:

$$\Delta\varphi_{\text{ср}} = \frac{\sum \Delta A}{na},$$

где  $n$  – число ступеней нагружения.

### Порядок выполнения работы

1. Непосредственным измерением или по технической документации на установку найти размеры  $d$ ,  $l$ ,  $h$  и  $a$ .

2. Определить величину наибольшего крутящего момента, до которого деформация образца следует по закону Гука:  $T_{\text{пц}} = \tau_{\text{пц}} W_p$ , где  $\tau_{\text{пц}}$  – предел пропорциональности при сдвиге (для материала образца на установке принять  $\tau_{\text{пц}} = 100$  МПа),  $W_p$  – полярный момент сопротивления сечения образца.

3. Выбрать ступень нагружения  $\Delta T$  и, соответственно,  $\Delta F$  таким образом, чтобы при 3-5 ступенях крутящий момент (с учетом предварительной нагрузки  $T_0 = 2...5$  Н·м) не превышал  $T_{\text{пц}}$ .

4. Приложить к образцу предварительную нагрузку и записать начальные показания индикатора  $A_0$ .

5. Нагружать образец равными ступенями крутящего момента  $\Delta T$ , записывая каждый раз показания индикатора и вычисляя приращения  $\Delta A$ .

6. Вычислить среднеарифметическое значение приращения угла закручивания  $\Delta\varphi_{\text{ср}}$ .
7. Вычислить значение модуля сдвига  $G$ .
8. Построить по результатам опыта график зависимости  $\varphi = f(T)$ .

### Литература

[1, §2.1], [2, §52], [3, §5.1], [6, с. 75–78]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. Не трогать руками стрелочный индикатор установки.
2. При установке гирь на подвески соблюдать осторожность во избежание получения травм.

### Вопросы для самопроверки

1. Как записывается закон Гука при сдвиге?
2. Что называется модулем сдвига? Какова его размерность?
3. Какова связь модуля сдвига с другими характеристиками упругости для изотропных материалов?
4. Как определяется угол закручивания образца с помощью стрелочного индикатора установки для определения модуля сдвига?
5. Как вычисляется модуль сдвига по результатам испытания?

## Работа 5

### ИСПЫТАНИЕ НА СКРУЧИВАНИЕ ДО РАЗРУШЕНИЯ

**Цель работы:** иллюстрация основных видов разрушения материалов при кручении.

### Основные положения

По внешним признакам различают два основных вида разрушения (макrorазрушения) материалов:

- а) срез – разрушение в результате действия касательных напряжений;
- б) отрыв – разрушение в результате действия нормальных растягивающих напряжений или удлинений (нормальные сжимающие напряжения сами по себе разрушения не вызывают).

Разрушение путем среза происходит по сечениям, в которых действуют наибольшие касательные напряжения, а разрушение путем отрыва – по сечениям, в которых действуют наибольшие нормальные растягивающие напряжения (или в направлении наибольших удлинений).

Пластичные материалы (малоуглеродистые и многие легированные стали, а также некоторые цветные металлы и их сплавы) в большинстве случаев разрушаются путем среза и, как правило, после значительных пла-

стических деформаций. Хрупкие материалы (чугун, камень, закаленные до высокой твердости стали и др.) разрушаются путем отрыва без заметных остаточных деформаций. Часто встречаются смешанные виды разрушений, сочетающие в себе элементы и отрыва, и среза.

Вид разрушения зависит как от свойств материала, так и от внешних условий нагружения (температуры, скорости деформирования и типа напряжённого состояния).

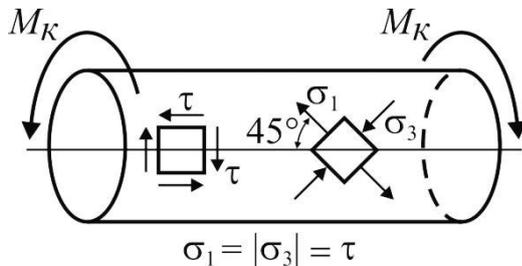


Рис. 15. Напряжённое состояние в стержне при кручении

При скручивании в материале стержня возникает такое напряжённое состояние, при котором максимальные касательные и максимальные нормальные напряжения оказываются одинаковыми по величине (рис. 15). Поэтому резонно ожидать, что разрушение стержня произойдет в зависимости от свойств материала или путем среза, или путем отрыва.

На практике в стержнях из пластичных изотропных материалов (свойства изотропных материалов одинаковы во всех направлениях) срез происходит по поперечному сечению в плоскости, перпендикулярной оси образца (в направлении действия максимальных касательных напряжений). Так разрушаются, например, стержни из малоуглеродистых сталей. Заметим, что параллельно оси стержня действуют такие же по величине касательные напряжения (см. рис. 15), однако срез по продольному сечению, параллельному оси образца, не происходит. Объяснить это можно так: в стержне из пластичного материала срез сопровождается значительными пластическими деформациями и, соответственно, значительными затратами энергии. Площадь поперечного сечения существенно меньше площади продольного сечения; для среза в этом направлении требуется меньше энергии, что и предопределяет направление разрушения стержня.

При скручивании стержня из хрупкого изотропного материала (например, чугуна) наблюдается отрыв по сложной закрученной поверхности, образованной микроплощадками под углом  $45^\circ$  к продольной оси стержня – именно в этом направлении действуют максимальные растягивающие напряжения.

Разрушение стержней из анизотропных материалов имеет свои особенности. Поскольку свойства анизотропных материалов существенно зависят от направления (например, прочность дерева на сдвиг в направлении волокон существенно меньше, чем в перпендикулярном направлении), то и разрушение происходит в направлении наименьшей прочности. При скручивании деревянного образца круглого поперечного сечения (волокна дерева сориентированы вдоль оси образца) наблюдается появление продоль-

ных трещин, которые зарождаются у поверхности образца и распространяются внутрь, расщепляя образец вдоль волокон.

Относительный угол закручивания образца  $\Theta$  (угол поворота подвижного захвата машины, приходящийся на единицу длины рабочей части образца) может служить сравнительной характеристикой пластичности испытуемого материала.

Работа проводится на испытательной машине, позволяющей осуществлять кручение образца вплоть до разрушения и измерять угол его закручивания к моменту разрушения.

Испытанию на скручивание подвергаются образцы из малоуглеродистой стали, чугуна и дерева.

### **Порядок выполнения работы**

1. С помощью линейки нанести фломастером по всей длине рабочей части образца прямую тонкую линию, параллельную его оси.
2. Закрепить образец в захватах испытательной машины.
3. Вращая рукоятку привода машины, довести образец до разрушения.
4. Описать в журнале лабораторных работ характер разрушения образца (пластичное или хрупкое, по какому сечению).
5. В качестве сравнительной характеристики пластичности подсчитать относительный угол закручивания образца  $\Theta$  на момент разрушения.

### **Литература**

[1, §2.2], [2, §54], [4, с. 29–34], [6, §19]

### **Требования по технике безопасности и сохранности оборудования**

1. При закреплении образца в захватах испытательной машины затягивать последовательно все кулачки захватов.
2. Вращать рукоятку механизма нагружения плавно, без рывков.
3. Не находиться в непосредственной близости от маятника механизма нагружения испытательной машины.

### **Вопросы для самопроверки**

1. Какие различают виды разрушения материалов?
2. По каким направлениям в материале стержня, испытывающего кручение, действуют максимальные касательные и максимальные нормальные напряжения?
3. Как разрушаются при кручении образцы из пластичного и хрупкого материалов?
4. Какая величина может служить сравнительной характеристикой пластичности материала при кручении?

## Работа 6

### ИСПЫТАНИЕ НА СРЕЗ

**Цель работы:** определение временного сопротивления среза для стали.

#### Основные положения

Величина допускаемого напряжения при сдвиге  $[\tau]$ , необходимая при прочностных расчётах некоторых элементов конструкций, может быть вычислена с помощью одной из гипотез пластичности, если известно допускаемое напряжение при растяжении  $[\sigma]$ . Так, например, для пластичных материалов в соответствии с энергетической гипотезой пластичности при одинаковых коэффициентах запаса  $[\tau] \approx 0,6[\sigma]$ .

Однако элементы, работающие в конструкциях на срез (болты, заклепки, шпонки и т. п.), находятся обычно в напряжённом состоянии, более сложном, чем чистый сдвиг, так как они испытывают также изгиб и смятие. Поэтому назначение допускаемых напряжений для материалов таких элементов конструкций должно базироваться на экспериментальных данных, полученных при испытаниях на прочность в аналогичных условиях. Испытания на срез проводятся в соответствии с отраслевым стандартом ОСТ1 90148-74 «Металлы. Метод испытания на срез». В результате таких испытаний определяют сопротивление срезу  $\tau_{ср}$ , а величину допускаемого напряжения при срезе вычисляют по формуле:

$$[\tau_{ср}] = \frac{\tau_{ср}}{[n]},$$

где  $[n]$  – нормированный коэффициент запаса.

В настоящей работе проводится испытание на срез стержня круглого поперечного сечения на типовом комплексе испытательного оборудования ОСМ. Испытываемый образец устанавливается в специальное приспособление 3 (рис. 16), которое крепится в захватах 1 и 5 испытательного комплекса с помощью пальцев 2 и 4.

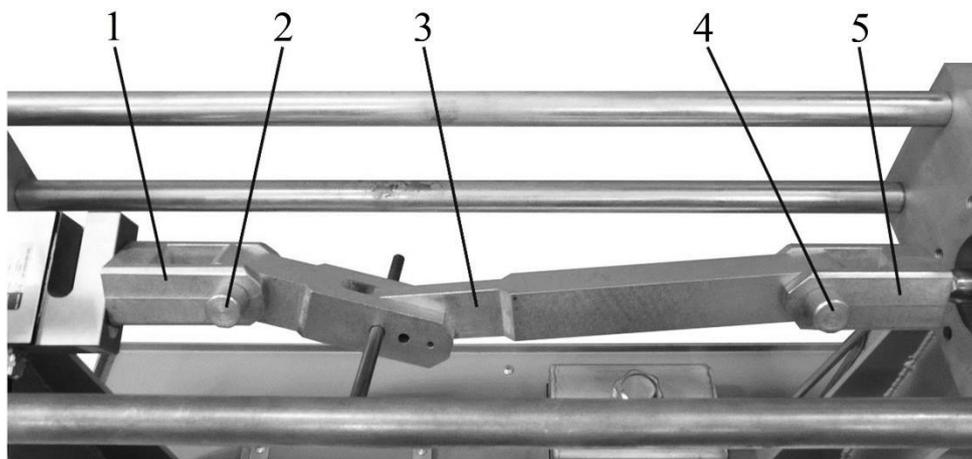


Рис. 16. Испытание на срез

Возможно также выполнение работы на испытательных машинах Р-5 или УМЭ-10ТМ. Срез осуществляется одновременно по двум сечениям образца (рис. 17).

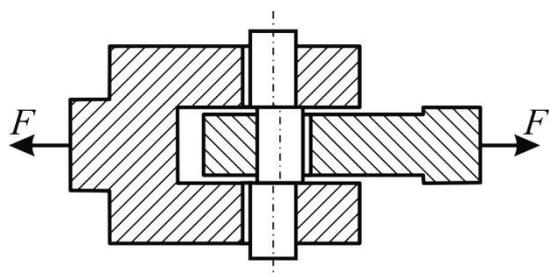


Рис. 17. Срез по двум сечениям

В процессе испытания регистрируется изменение нагрузки на образец во времени вплоть до его разрушения. Максимальное значение усилия  $F_{\max}$  (наибольшая нагрузка, достигнутая в процессе испытания) используется для расчёта временного сопротивления материала образца на срез:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F_{\max}}{2S_0},$$

где  $S_0$  – начальная площадь поперечного сечения образца.

### Порядок выполнения работы

1. Измерить диаметр образца  $d_0$ , вычислить площадь поперечного сечения  $S_0$ .
2. Вставить образец в приспособление для проведения испытаний на срез. Закрепить приспособление в захватах испытательной установки.
3. Плавно нагружать образец до полного его среза.
4. Определить наибольшее усилие  $F_{\max}$ , действовавшее на образец в процессе среза. Рассчитать сопротивление срезу  $\tau_{\text{ср}} = F_{\max}/2S_0$ .
7. Сделать выводы о том, каков характер работы пластичных материалов при срезе.

### Литература

[2, §51], [3, §5.8], [6, с. 31–32]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. Лабораторную работу выполнять только в присутствии преподавателя или лаборанта.
2. Испытываемый образец должен устанавливаться в подходящие по размеру отверстия приспособления для испытаний.
3. Закрепляя приспособление для испытаний в установке, соблюдать осторожность, избегая его падения на пол или на установку.

### Вопросы для самопроверки

1. С какой целью проводятся испытания образца на срез?
2. Какое напряжённое состояние испытывают элементы конструкций, работающие на срез (болты, заклепки, шпонки и т. п.)?
3. Что называется сопротивлением срезу, как оно вычисляется?

## Работа 7

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТВЁРДОСТИ

**Цель работы:** ознакомление с методами измерения твёрдости материалов и соответствующими измерительными приборами.

#### Основные положения

Твёрдостью называется свойство материала сопротивляться внедрению в него другого, более твёрдого тела – индентора.

Для измерения твёрдости существует несколько методов: например, метод Шора (на поверхность испытуемого тела с определенной высоты сбрасывается легкий боек с алмазным наконечником, и по высоте отскока бойка делается заключение о твёрдости поверхности тела), или метод царапания Мооса, согласно которому приняты 10 эталонных минералов с различной степенью твёрдости от очень мягкого (тальк) до самого твёрдого (алмаз), и твёрдость испытуемого тела определяется по тому, какой из эталонных минералов с возможно меньшей твёрдостью способен царапать поверхность тела. Но наибольшее распространение получили методы измерения, связанные с вдавливанием в поверхность испытуемого тела стандартного наконечника, имеющего форму шарика, конуса или пирамиды.

Значения твёрдости, определенные для одного и того же тела разными методами, отличаются друг от друга как по величине, так и по размерности. Поэтому перевод одних значений в другие возможен только по существующим эмпирическим зависимостям либо по таблицам соответствия значений твёрдости.

Твёрдость материала зависит от его физико-химических свойств, структуры и сложным образом связана с его основными механическими характеристиками ( $E$ ,  $\sigma_v$  и др.). Величина твёрдости не используется в расчётах конструкций на прочность и жёсткость, но измерение твёрдости проводится для сравнительной оценки прочностных и деформационных свойств материалов либо в качестве контрольной операции для проверки качества термообработки деталей.

В большинстве случаев на практике применяются три основных метода измерения твёрдости: метод Бринелля, метод Роквелла и метод Виккерса. В данной работе рассматриваются метод Бринелля и метод Роквелла.

#### Измерение твёрдости по Бринеллю

Закаленный до высокой твёрдости стальной шарик (или шарик из специального твёрдого сплава) диаметром  $D$  с заданным усилием вдавливается в поверхность испытуемого тела (рис. 18). После снятия нагрузки на поверхности тела остается отпечаток диаметром  $d$ .

Значение твёрдости по Бринеллю:

$$HB (HBW) = \frac{F}{S} = \frac{F}{\frac{\pi D}{2} (D - \sqrt{D^2 - d^2})}, \frac{\text{кгс}}{\text{мм}^2}$$

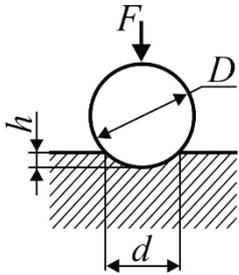


Рис. 18

где  $F$  – усилие вдавливания, кгс;  $S$  – площадь поверхности сферического отпечатка после снятия нагрузки,  $\text{мм}^2$ .

Для измерения твёрдости по Бринеллю используются специальные автоматические прессы (твердомеры), в которых усилие вдавливания шарика задается специальными грузами через систему рычагов. Скорость нагружения и разгрузки в твердомерах постоянна, а время выдержки под нагрузкой и величина усилия вдавливания могут регулироваться.

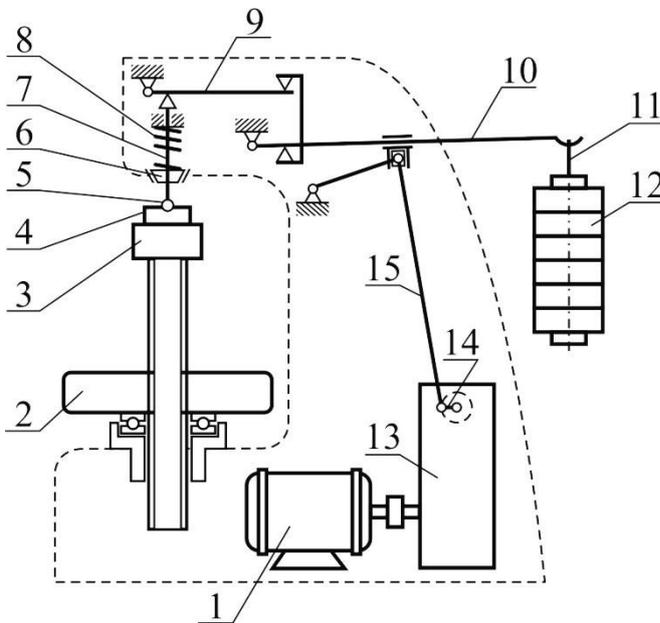


Рис. 19. Схема твердомера ТШ-2

На рис. 19 в качестве примера представлена кинематическая схема твердомера типа ТШ-2 (твердомер шариковый) для измерения твёрдости по Бринеллю. Шарик 5 закреплен на конце шпинделя 7. Пружина 8 в ненагруженном твердомере прижимает втулку 6 к конусному седлу. Испытуемое тело (или деталь) 4 кладется на столик 3 и вращением маховика 2 до упора поджимается к шарик 5. При этом сжимается пружина 8, и создается предварительная нагрузка, необходимая для удержания тела. Основное

усилие прикладывается к шарик 5 при помощи рычажной системы. На длинном рычаге 10 имеется подвеска 11, на которую кладутся съемные грузы 12. В зависимости от количества этих грузов основная нагрузка на шарик может устанавливаться в пределах от 187,5 до 3000 кгс (от 1839 до 29420 Н).

Кнопкой включается электродвигатель 1, вращение вала которого через редуктор 13 передается на кривошип 14. Кривошип поворачивается и опускает шатун 15, освобождая рычаг 10. Вес грузов 12 через рычаги 9 и 10 воздействует на шпиндель 7, и шарик 5 с заданным усилием вдавливаются в поверхность испытуемого тела. При этом на твердомере загорается сигнальная лампочка.

Образец находится под постоянной нагрузкой в течение некоторого времени, после чего происходит автоматическое переключение направления вращения электродвигателя. Кривошип 14 поворачивается в обратную сторону и поднимает шатун 15, который упирается в рычаг 10 и приподнимает его, освобождая тем самым от основной нагрузки шпиндель 7.

Вращением маховика 2 опускают столик с образцом, после чего измеряют диаметр отпечатка с помощью специального микроскопа (или других средств измерения) и принимают равным среднему арифметическому от результатов измерений по двум взаимно-перпендикулярным направлениям. Значение твёрдости подсчитывается по приведенной выше формуле или определяется по справочной таблице.

Измерение твёрдости по Бринеллю должно проводиться согласно требованиям ГОСТ 9012-59 «Металлы. Метод измерения твёрдости по Бринеллю» (он полностью соответствует стандартам СТ СЭВ 468-88, ИСО 6506-81, ИСО 410-82). Поверхность испытуемого тела должна быть плоской и гладкой, очищенной от ржавчины, окалина, масла и прочих загрязнений. Температура окружающей среды должна быть в пределах от 10 до 35 °С.

Для измерения твёрдости в зависимости от размеров тела могут применяться шарики диаметром  $D = 10; 5; 2,5; 2$  и 1 мм. Диаметр шарика следует выбирать так, чтобы диаметр отпечатка  $d$  получался в пределах от 0,24 до 0,6 диаметра шарика  $D$ . При этом толщина тела должна не менее чем в 8 раз превышать глубину отпечатка  $h$  (см. рис. 18):

$$h = \frac{D - \sqrt{D^2 - d^2}}{2}, \text{ мм.}$$

На обратной стороне испытуемого тела после проведения замера не должно быть видимых следов пластической деформации от отпечатка.

Для определения усилия вдавливания используют параметр  $k = F/D^2$ , причём величину параметра  $k$  следует выбирать в соответствии с табл. 1, а величину  $F$  – в соответствии с табл. 2.

Таблица 1

Материал	Твёрдость по Бринеллю	$k$
Сталь, чугун, высокопрочные сплавы	до 140	10
	140 и более	30
Титан и сплавы на его основе	50 и более	15
Медь и сплавы на её основе, легкие металлы и сплавы	до 35	5
	35 и более	10
Легкоплавкие сплавы для подшипников скольжения	от 8 до 50	2,5
Свинец, олово и другие мягкие металлы	до 20	1

Таблица 2

Диаметр шарика, мм	Нагрузка $F$ в зависимости от $k$ , Н (кгс)					
	30	15	10	5	2,5	1
1	294,2 (30)	-	98,07 (10)	49,03 (5)	24,52 (2,5)	9,807 (1)
2	1177 (120)	-	392,3 (40)	196,1 (20)	98,07 (10)	39,23 (4)
2,5	1839 (187,5)	-	612,9 (62,5)	306,0 (31,2)	153,0 (15,6)	60,8 (6,2)
5	7355 (750)	-	2452 (250)	1226 (125)	612,9 (62,5)	245,2 (25)
10	29420 (3000)	14710 (1500)	9807 (1000)	4903 (500)	2452 (250)	980,7 (100)

Время выдержки под действием заданного усилия должно соответствовать табл. 3.

Таблица 3

Твёрдость по Бринеллю	Время выдержки, с
до 10	180
от 10 до 35	120
от 35 до 100	30
более 100	10-15

Расстояние между центром отпечатка и краем образца должно быть не менее 2,5 диаметров отпечатка  $d$ ; расстояние между центрами двух смежных отпечатков должно быть не менее  $4d$ ; для металлов с твёрдостью по Бринеллю до 35 эти расстояния должны быть соответственно  $3d$  и  $6d$ .

При измерении твёрдости стальным или твердосплавным шариком диаметром 10 мм при усилии 3000 кгс (29420 Н) и продолжительности выдержки 10-15 с полученный результат записывают в виде числа и обозначения  $HB$  или  $HBW$  соответственно, например:

185  $HB$  – твёрдость по Бринеллю 185 при измерении стальным шариком (стальные шарики могут применяться при измерении твёрдости не более 450 единиц);

600  $HBW$  – твёрдость по Бринеллю 600 при измерении шариком из твёрдого сплава (шарики из твёрдого сплава применяются для измерения твёрдости до 650 единиц).

При иных условиях измерения результат может быть записан в виде: 575  $HBW$  2,5/187,5/30 – твёрдость по Бринеллю 575 при измерении шариком из твёрдого сплава диаметром 2,5 мм, величине усилия 187,5 кгс и времени выдержки 30 с.

По значению твёрдости можно с помощью эмпирической зависимости (формула Бринелля) приближённо определить одну из основных характеристик прочности материала – временное сопротивление  $\sigma_B$ , которое обычно определяют при испытании на растяжение. Для металлов и сплавов  $\sigma_B \approx c \cdot HB$ , где  $c$  – коэффициент, зависящий от материала. Значения коэффициента  $c$  для некоторых материалов приведены в табл. 4.

Таблица 4

Материал	$c$
Стали углеродистые	0,36
Стали высокопрочные	0,33
Стали аустенитные	0,45
Алюминиевые сплавы литейные	0,25
Алюминиевые сплавы деформируемые	0,38
Латуни	0,45
Чугуны серые	0,15

### Измерение твёрдости по Роквеллу

Измерение твёрдости проводится в соответствии с ГОСТ 9013-59 «Металлы. Метод измерения твёрдости по Роквеллу», который соответствует требованиям стандартов СТ СЭВ 469-77 и ИСО 6508-86. Перед измерением поверхность испытуемого тела очищается от ржавчины, окалина, масла и прочих загрязнений. Температура окружающей среды должна быть в пределах от 10 до 35 °С.

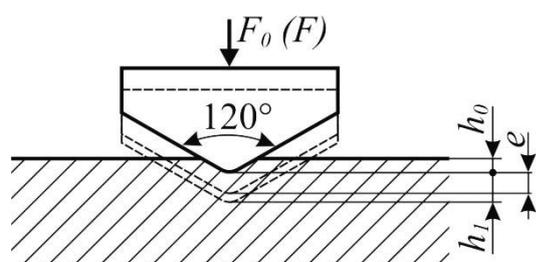


Рис. 20

В испытуемое тело на специальном твердомере вдавливаются индентор в виде алмазного конуса с углом при вершине 120° и радиусом сферической части при вершине 0,2 мм (рис. 20). Предусмотрено также использование вместо алмазного конуса стального шарика диаметром 1/16 дюйма (1,588 мм).

На начальной стадии измерения к индентору прикладывается предварительное усилие  $F_0$ , при этом индентор внедряется в тело на глубину  $h_0$ . Это положение индентора принимается в качестве исходного для дальнейшего измерения. Затем нагрузка увеличивается, и общее усилие достигает величины  $F$  (глубина внедрения при этом увеличивается на  $h_1$ ). После этого нагрузка вновь уменьшается до  $F_0$ , и за счёт упругих свойств испытуемого тела глубина внедрения уменьшается до  $e$  относительно исходного положения.

Мерой твёрдости по Роквеллу называется безразмерная условная величина, определяемая по формуле:

$$HR = n - \frac{e}{c},$$

где  $n = 100$  при измерении с помощью алмазного конуса и  $n = 130$  при измерении с помощью стального шарика;  $e$  – остаточная глубина внедрения, мм;  $c$  – цена деления индикатора твердомера, равная 0,002 мм.

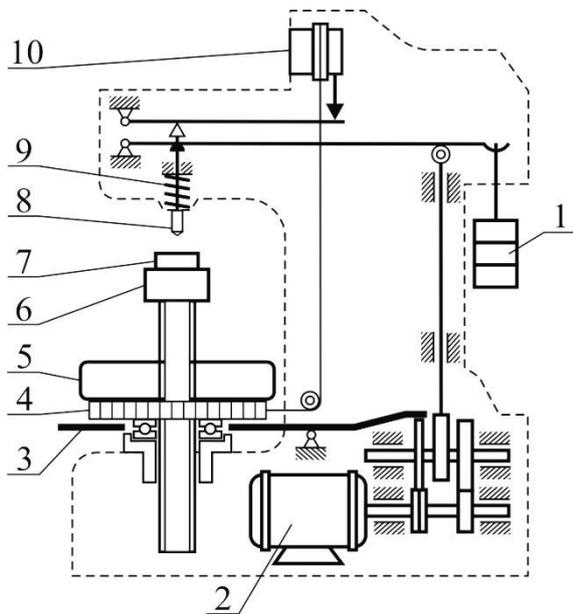


Рис. 21. Схема твердомера ТК-2

Измерение проводится с помощью автоматического твердомера. На рис. 20 в качестве примера представлена кинематическая схема твердомера ТК-2 (твердомер конусный). Твердомер состоит из рычажного механизма нагружения с грузами 1 и приводом от электродвигателя 2, измерительной системы со стрелочным индикатором 10 для определения глубины отпечатка, механизма подъема столика 6 для установки испытуемого образца и шпиндельной головки со сменным наконечником 8. Образец 7 кладется на столик и вращением маховика 5 плавно поднимается до соприкосновения с алмазным конусом 8. После этого маховик продолжают аккуратно поворачивать до тех пор, пока малая стрелка на индикаторе 10 не совместится с красной точкой на шкале индикатора. При таком положении пружина 9 создает предварительное усилие  $F_0 = 10$  кгс (98,07 Н). Затем при помощи кольца 4 циферблат индикатора 10 поворачивают до совмещения нуля соответствующей шкалы с большой стрелкой. Нажатием педали 3 запускается электродвигатель твердомера, и автоматически выполняется вдавливание алмазного конуса (или стального шарика) общим усилием  $F$ , выдержка под нагрузкой и разгрузка до  $F_0$ . По окончании цикла большая стрелка индикатора непосредственно показывает число твёрдости по Роквеллу. Вращением маховика 5 в обратную сторону испытуемый образец отводится от наконечника 8.

Циферблат индикатора твердомера имеет несколько шкал. При измерении твёрдости алмазным конусом отсчёты производят по шкалам А или С, при измерении стальным шариком – по шкале В. Величина общего усилия  $F$  может регулироваться. Установленные стандартом параметры измерения приведены в табл. 5.

Таблица 5

Обозначение шкалы твёрдости	Тип наконечника	Общее усилие $F$ , кгс	Обозначение ед. измерения	Диапазон измерений, ед. твёрдости
A	алмазный конус	60	$HRA$	20-88
B	стальной шарик 1/16"	100	$HRB$	20-100
C	алмазный конус	150	$HRC_s$	20-70

При многократном измерении твёрдости на одном теле расстояние между центрами двух соседних отпечатков должно быть не менее четырех диаметров отпечатка (но не менее 2 мм), а расстояние от центра отпечатка до края тела должно быть не менее 2,5 диаметров отпечатка (но не менее 1 мм). На тыльной поверхности тела не должно наблюдаться следов деформации от отпечатка.

Твёрдость по Роквеллу обозначают символом  $HR$  с указанием шкалы твёрдости, которому предшествует числовое значение твёрдости из трёх значащих цифр. Например: 61,5  $HRC_s$  - твёрдость по Роквеллу 61,5 единиц по шкале C.

Метод Роквелла имеет бóльшую производительность в сравнении с методом Бринелля, поскольку позволяет напрямую считывать значение твёрдости по шкале измерительного прибора. Размер отпечатка при этом достаточно мал, и этот метод можно использовать для целей неразрушающего контроля готовых деталей. Он также дает возможность проводить измерения на телах с высокой твёрдостью. Однако если твёрдость испытуемого тела невысока, то метод дает неверные результаты (допустимый диапазон измерений см. в табл. 5) – в этом случае следует использовать метод Бринелля.

### Порядок выполнения работы

#### А. Испытание по Бринеллю

1. Выбрать режим испытания, проверить соответствие настройки твердомера выбранному режиму.
2. Установить на столик твердомера испытуемый образец.
3. Произвести 2-3 цикла вдавливания шарика в поверхность образца в разных точках.
4. Измерить диаметр каждого отпечатка в двух перпендикулярных направлениях, найти среднее значение диаметра отпечатка.
5. С помощью справочной таблицы или путем расчёта определить значение твёрдости  $HB$ .
6. Найти по эмпирической зависимости (формуле Бринелля) приближённое значение временного сопротивления  $\sigma_B$  материала образца.

## **Б. Испытание по Роквеллу**

1. Выбрать режим испытания, проверить соответствие настройки твердомера выбранному режиму.
2. Установить на столик твердомера испытуемый образец.
3. Произвести 2-3 цикла измерения твёрдости.
4. Подсчитать среднее значение твёрдости по Роквеллу.

### **Литература**

[1, §1.10], [6, с. 45–59]

### **Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования**

1. Испытуемый образец должен быть очищен от масла, грязи, окалины. Поверхность образца не должна иметь значительной шероховатости.
2. Образец устанавливается на столик твердомера так, чтобы исключить возможность его падения при проведении измерения.
3. Вращать маховик механизма подъема столика плавно, без рывков.

### **Вопросы для самопроверки**

1. Что называется твёрдостью материала?
2. Какие методы измерения твёрдости чаще всего применяются на практике?
3. Какова форма и материал наконечников (инденторов) при измерении твёрдости по Бринеллю и по Роквеллу?
4. Каков порядок проведения измерения твёрдости по Бринеллю?
5. Что такое число твёрдости по Бринеллю, какова его размерность?
6. Как обозначается значение твёрдости по Бринеллю?
7. Как можно приближённо найти временное сопротивление  $\sigma_v$  материала по значению твёрдости *НВ*?
8. Каков порядок проведения измерения твёрдости по Роквеллу?
9. Что такое число твёрдости по Роквеллу, какова его размерность?
10. Каковы границы применимости методов Бринелля и Роквелла (по твёрдости испытуемого тела)?

## **Работа 8**

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДАРНОЙ ВЯЗКОСТИ**

**Цель работы:** определение ударной вязкости стали и иллюстрация хрупкого разрушения пластичного материала.

#### **Основные положения**

Для оценки свойств материала при динамических нагрузках (нагрузках, прикладываемых с большой скоростью) недостаточно механических характеристик, определяемых при статических испытаниях ( $\sigma_{\text{пц}}$ ,  $\sigma_{\text{т}}$ ,  $\sigma_{\text{в}}$ ,  $\delta$ ,  $\psi$  и

других). При больших скоростях нагружения (например, при ударе) увеличивается опасность хрупкого разрушения. Эта опасность особенно возрастает при наличии в детали различного рода надрезов (отверстия, выточки, галтели, канавки и т. п.).

Указанные обстоятельства приводят к необходимости введения некоторой характеристики, дающей оценку поведения материала при динамических нагрузках и выявляющей опасность хрупкого разрушения. Этой цели служат специальные испытания на ударную вязкость – ударная проба материала.

Наиболее распространённым видом ударных испытаний является испытание на ударный изгиб образца с надрезом. Надрез делается для того, чтобы создать дополнительное условие, облегчающее хрупкое разрушение образца. Вблизи надреза возникает объёмное напряжённое состояние (трехосное растяжение), что затрудняет развитие пластической деформации и способствует хрупкому разрушению. Ударной вязкостью  $a_H$  называется отношение работы  $A_H$ , необходимой для разрушения ударом специального образца, к площади поперечного сечения в месте надреза  $S_0$ :

$$a_H = \frac{A_H}{S_0}.$$

Поскольку работа, затрачиваемая на деформацию образца, поглощается всем его объёмом, то подсчёт ударной вязкости по отношению к площади поперечного сечения является условным, и величина  $a_H$  не может служить расчётной характеристикой материала. Она даёт лишь сравнительную оценку поведения материала при динамических нагрузках.

Для испытания на удар применяют стандартные образцы, форма и размеры которых заданы требованиями ГОСТ 9454-78. На рис. 22 приведён чертёж стандартного образца с концентратором вида V. Необходимость стандартизации вызвана тем, что неоднородность напряжённого состояния в зоне надреза и сложность явлений, протекающих при ударном разрушении, не допускают применения закона подобия (как, например, в случае растяжения гладких образцов). Это значит, что для геометрически подобных, но разных по размерам образцов величина ударной вязкости не будет одинаковой.

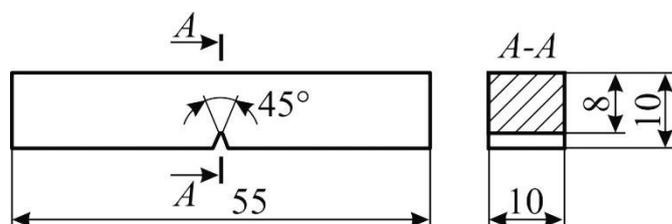


Рис. 22. Образец для испытания на ударную вязкость

Величина ударной вязкости зависит от температуры образца при испытаниях. Для сравнительной оценки качества материала производят испытания при комнатной температуре.

Ударная вязкость сильно зависит также от наличия различного рода дефектов в структуре металла

(трещины, пустоты, неметаллические включения и пр.). Поэтому испытание на ударную вязкость относится также к числу распространённых технологических проб, выявляющих качество материала.

Разрушение образцов осуществляется обычно на маятниковых копрах. На рис. 23 приведены схема и общий вид маятникового копра МК-30 (с максимальной энергией удара 30 кгс·м).

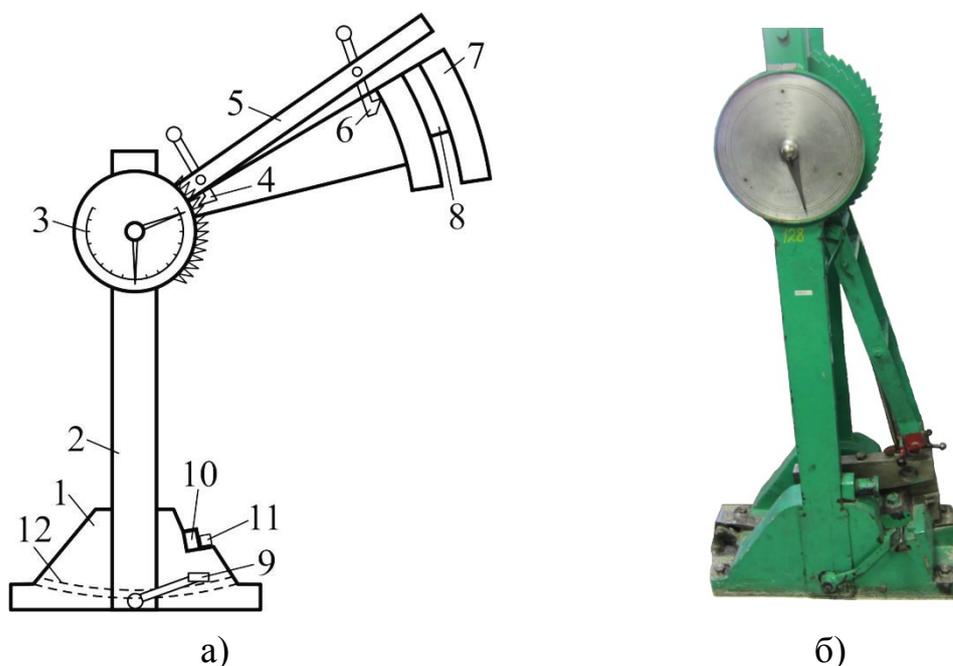


Рис. 23. Маятниковый копёр: а – схема копра; б – внешний вид копра

На массивном основании 1 (см. рис. 23, а) укреплены стойки 2 из швеллеров, связанных вверху поперечиной. Подъёмная рама 5 может поворачиваться вокруг своей оси, и её положение фиксируется храповиком 4. Маятник 7, имеющий в середине нож 8, отклоняется вручную и с помощью защелки 6, снабжённой предохранительным стопором, закрепляется на подъемной раме 5. При подъёме маятника одна из стрелок шкалы 3 отклоняется на угол, соответствующий (в делениях шкалы) потенциальной энергии маятника во взведённом положении, и указывает запас энергии маятника.

Испытуемый образец 11 устанавливается на опоры 10, положение которых можно в определенных пределах регулировать. Расстояние между опорами должно быть таким, чтобы разрушенный образец не заклинивал нож 8.

Спуск маятника производится помощью рукоятки защелки 6. При падении маятник, пройдя нижнее положение и разрушив образец, отклоняет другую стрелку шкалы 3 на угол, соответствующий энергии, сохранившейся в маятнике после разрушения образца (в некоторых конструкциях маятниковых копров отсчёт потенциальной энергии осуществляется не по

круговой шкале, а по прямолинейной шкале). Работа, затраченная на разрушение образца, равна разности энергии маятника до и после удара.

Для остановки маятника при обратном ходе копёр оборудован автоматически срабатывающим ленточным тормозом 12. Перед каждым испытанием тормозное устройство взводится нажатием педали 9.

### **Порядок выполнения работы**

1. Замерить размеры сечения образца в месте надреза.
2. Слегка отклонив маятник в сторону его подъема, положить образец на опоры так, чтобы удар падающего маятника приходился со стороны образца, противоположной надрезу, а надрез находился в одной плоскости с острием ножа маятника.
3. Поднять раму на высоту, соответствующую задаваемой энергии удара. Не рекомендуется задавать чрезмерно большую энергию удара по сравнению с требуемой для разрушения образца, так как это понижает точность результата испытания.
4. Поднять маятник до срабатывания защелки рамы и закрепить защелку стопором.
5. По шкале копра записать величину запасённой маятником энергии  $A_1$ .
6. Открыть предохранительный стопор и посредством рукоятки защёлки освободить маятник. Маятник приходит в движение и разрушает образец.
7. Считать по шкале копра и записать величину оставшейся у маятника энергии  $A_2$ .
8. Найти энергию, затраченную на разрушение образца  $A_n = A_1 - A_2$ .
9. Вычислить ударную вязкость материала образца  $a_n$ .

### **Литература**

[1, §1.11], [2, §29], [6, §31]

### **Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования**

1. Работу проводить в присутствии преподавателя или лаборанта.
2. Не заходить за ограждение маятникового копра.
3. Не устанавливать образец и не поправлять его положение при поднятом маятнике копра.

### **Вопросы для самопроверки**

1. Какой вид ударных испытаний наиболее распространен?
2. Какое свойство материала характеризует ударная вязкость?
3. Что называется ударной вязкостью материала, какова её размерность?
4. Какова форма образца, применяемого для определения ударной вязкости? Для чего на образце делается надрез?
5. Как определяется при испытании на ударную вязкость с помощью маятникового копра работа, затраченная на разрушение образца?

## РАЗДЕЛ 2

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Работы этого цикла имеют большое значение для усвоения и закрепления основного теоретического материала курса сопротивление материалов. По существу они носят характер лабораторно-практических занятий. В каждой работе студенту предлагается решить задачу определения деформаций, напряжений, усилий или перемещений в том или ином объекте, после чего проверить соответствие теоретических расчётов результатам эксперимента. Часть работ содержит элементы исследования. По каждой работе приводятся описания установок, необходимые формулы и порядок выполнения работы.

Часть работ второго раздела выполняется не на универсальных испытательных машинах, а на специализированных установках. Это создает благоприятные условия для самостоятельного проведения работ.

#### Работа 9

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ

**Цель работы:** экспериментальное определение коэффициента концентрации напряжений в растянутой полосе с отверстием.

#### Основные положения

Известно, что вблизи резких изменений формы упругого тела (отверстия, выточки, трещины, сужения и т. п.) возникают повышенные напряжения с ограниченной зоной распространения (местные напряжения). Например, при растяжении полосы с отверстием (рис. 24, а) равномерное распределение напряжений вблизи отверстия нарушается. Напряжённое состояние становится двухосным, а у края отверстия появляется пик напряжения. Высота этого пика зависит от отношения диаметра отверстия к ширине полосы: чем меньше это отношение, тем выше местные напряжения.

Величину местных напряжений в ряде случаев можно определить теоретически при помощи методов теории упругости, но на практике чаще используется экспериментальный метод фотоупругости (исследование напряжений на моделях из оптически активного материала) либо расчёт на ЭВМ с использованием метода конечных элементов.

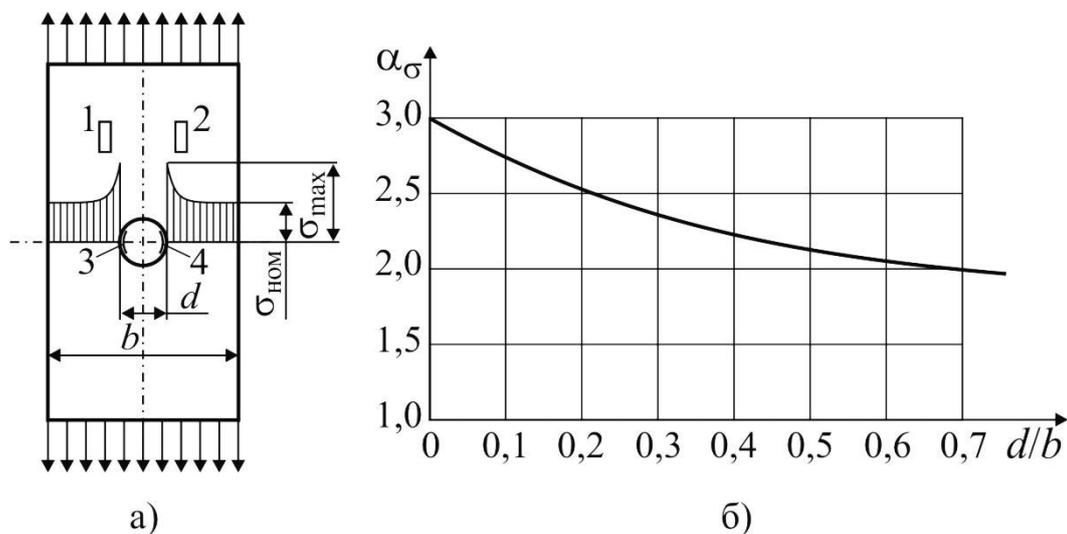


Рис. 24. Концентрация напряжений в растянутой полосе с отверстием: а – распределение напряжений по ширине полосы; б – зависимость теоретического коэффициента концентрации напряжений от соотношения  $d/b$

Основным показателем местных напряжений при упругом состоянии материала является коэффициент концентрации напряжений, часто называемый теоретическим коэффициентом концентрации напряжений (см. рис. 24, б):

$$\alpha_\sigma = \sigma_{\max} / \sigma_{\text{ном}},$$

где  $\sigma_{\max}$  – наибольшее местное напряжение;  $\sigma_{\text{ном}}$  – номинальное напряжение в расчётном сечении, которое определяется по формулам сопротивления материалов без учета эффекта концентрации. Обычно подсчёт ведут по ослабленному сечению детали.

В данной работе коэффициент концентрации напряжений определяется экспериментально в образце в виде стальной полосы с отверстием. Нагружение образца осуществляется на типовом комплексе испытательного оборудования ОСМ (рис. 25). Существует также возможность нагружения образца на испытательных машинах Р-5 или УМЭ-10ТМ. Образец 3 с отверстием и наклеенными на него тензорезисторами с помощью пальцев 2 и 4 в горизонтальном положении крепится к захватам 1 и 5 испытательного стенда. Нагружение осуществляется вручную с помощью гидроцилиндра.

Для определения цены деления измерительного прибора в сечении образца, не ослабленном отверстием и свободном от местных напряжений, симметрично относительно продольной оси образца наклеены два тензорезистора (1 и 2, см. рис. 24, а). Еще два тензорезистора (3 и 4), наклеенные на краях отверстия, позволяют определить максимальные местные напряжения в области их концентрации. Использование двух симметрично расположенных тензорезисторов для измерения одного и того же параметра позволяет повысить точность измерения.

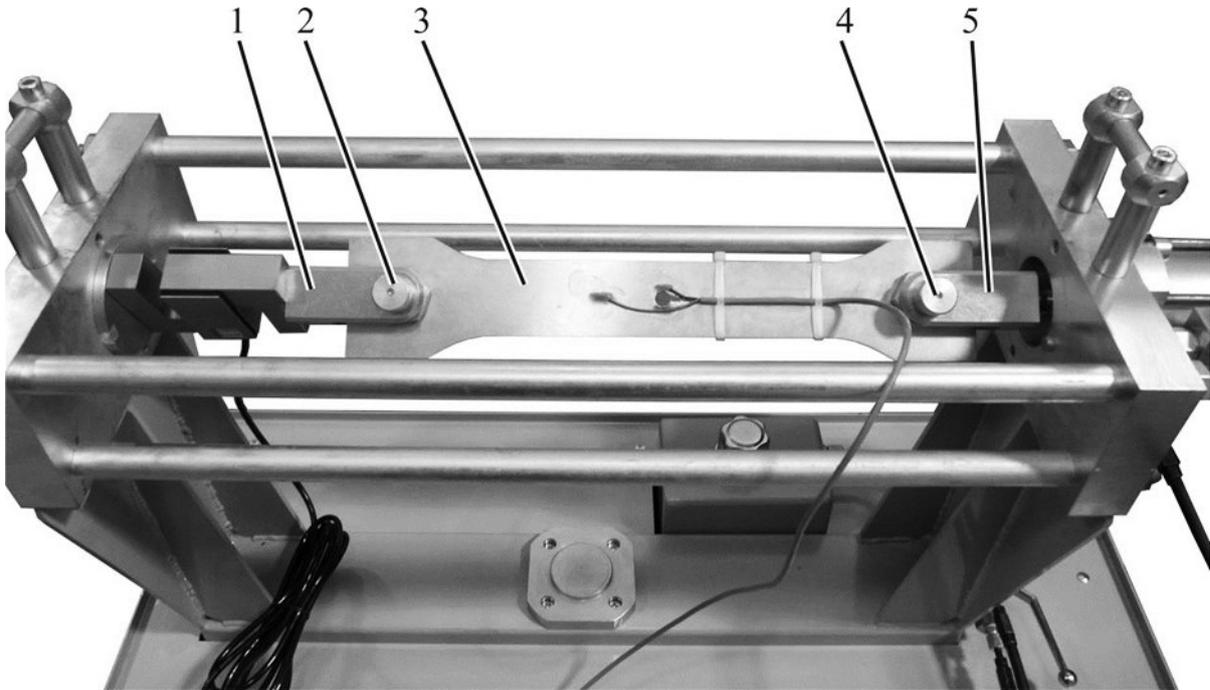


Рис. 25. Определение коэффициента концентрации напряжений

### Порядок выполнения работы

1. Непосредственным измерением или по технической документации на установку определить размеры поперечного сечения образца: ширину  $b$  и толщину  $t$ , а также диаметр отверстия  $d$ . Вычислить теоретические значения напряжений от нагрузки  $F = 20$  кН в сплошном сечении:

$$\sigma^T = \frac{F}{bt},$$

а также в сечении, ослабленном отверстием:

$$\sigma_{\text{ном}} = \frac{F}{(b-d)t}.$$

2. Нагрузить образец предварительной нагрузкой  $F_0$ , равной 3...5 кН. Записать показания силоизмерителя и тензорезисторов.

3. Увеличить нагрузку на образец на величину  $F = 20$  кН (общая нагрузка при этом составит  $F_0 + F = 23 \dots 25$  кН). Записать показания силоизмерителя и тензорезисторов. Снять нагрузку.

4. Вычислить приращения показаний тензорезисторов  $\Delta A_i$  ( $i=1 \dots 4$ ), соответствующие расчётной нагрузке  $F = 20$  кН.

5. Определить цену деления измерительного прибора:

$$k_\sigma = \frac{2\sigma^T}{\Delta A_1 + \Delta A_2}.$$

6. Определить максимальные местные напряжения у краев отверстий по формуле:

$$\sigma_{\max} = \frac{\Delta A_3 + \Delta A_4}{2} k_{\sigma}.$$

7. Вычислить коэффициент концентрации напряжений для ослабленного отверстием сечения:  $\alpha_{\sigma} = \sigma_{\max} / \sigma_{\text{ном}}$ .

### Литература

[2, §32], [3, §18.1], [6, с. 65–68]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. Включать установку только в присутствии преподавателя или лаборанта.
2. При нагружении вращать маховик привода гидроцилиндра плавно, без рывков. Следить за показаниями силоизмерителя, чтобы не превысить заданные значения нагрузки на образец.
3. Не касаться руками элементов измерительных устройств.
4. После проведения эксперимента разгрузить образец.

### Вопросы для самопроверки.

1. Что такое концентрация напряжений, причины этого явления?
2. Как определяется номинальное нормальное напряжение?
3. Как определяется коэффициент концентрации напряжений?

## Работа 10

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ИЗГИБЕ БАЛКИ

**Цель работы:** определение нормальных и касательных напряжений в двутавровой балке и сравнение экспериментально полученных величин с соответствующими значениями, найденными из расчёта.

### Основные положения

Изгибом называется такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях стержня возникают изгибающие моменты. В случае, если изгибающий момент является единственным силовым фактором в сечении, изгиб называется *чистым*. Если в поперечных сечениях бруса возникают также поперечные силы (это наблюдается в большинстве случаев), то изгиб называют *поперечным*. Если плоскость действия изгибающего момента проходит через одну из главных центральных осей поперечного сечения, то такой изгиб называют *прямым*. Стержень, работающий на изгиб, называют *балкой*.

При поперечном изгибе в сечениях балки возникают нормальные и касательные напряжения. По высоте сечения нормальные напряжения рас-

пределены по линейному закону: они максимальны в точках, наиболее удалённых от нейтральной оси сечения и равны нулю на этой оси; по ширине сечения нормальные напряжения не изменяются. Величина нормальных напряжений в любой точке сечения может быть рассчитана по следующей формуле:

$$\sigma = \frac{M_x \cdot y}{I_x},$$

где  $M_x$  – изгибающий момент в сечении,  $y$  – координата точки, в которой определяется напряжение, относительно нейтральной оси,  $I_x$  – осевой момент инерции сечения относительно главной центральной оси  $x$ , совпадающей при прямом изгибе с нейтральной осью.

Касательные напряжения в балке рассчитываются по формуле Журавского:

$$\tau = \frac{Q \cdot S_x^{\text{отс}}}{I_x \cdot b(y)},$$

где  $Q$  – поперечная сила в сечении;  $S_x^{\text{отс}}$  – статический момент площади отсеченной части сечения относительно нейтральной оси;  $b(y)$  – ширина сечения в том месте, где определяются касательные напряжения. По высоте сечения касательные напряжения распределяются нелинейно, достигая максимума на нейтральной оси, и равны нулю в точках, наиболее удалённых от неё. По ширине сечения касательные напряжения не изменяются.

Экспериментально нормальные напряжения в поперечном сечении могут быть найдены с помощью закона Гука по величине линейной деформации  $\varepsilon$  в направлении продольной оси балки:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon,$$

где  $E$  – модуль упругости материала балки при растяжении (модуль Юнга), а величина деформации измеряется тензорезисторами, наклеенными на поверхность балки.

Касательные напряжения также находят с использованием тензорезисторов. Однако определение  $\tau$  из известного соотношения закона Гука для сдвига ( $\tau = G \cdot \gamma$ ;  $G$  – модуль сдвига,  $\gamma$  – деформация сдвига) невозможно, так как тензорезисторы не позволяют измерять непосредственно угловую деформацию.

В данной работе касательное напряжение определяется в точке, расположенной на нейтральной оси, где нормальные напряжения равны нулю, а потому реализуется состояние чистого сдвига. Касательное напряжение (достигающее на нейтральной оси своей максимальной величины) может быть найдено с помощью выражения:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2},$$

где  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  – значения главных напряжений, действующих при чистом сдвиге под углом  $45^\circ$  к продольной оси балки. Их величины связаны с деформациями обобщенным законом Гука (для случая для плоского напряжённого состояния):

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_3),$$

$$\sigma_3 = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_3 + \mu\varepsilon_1),$$

где  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_3$  – главные деформации, которые могут быть измерены с помощью тензорезисторов,  $\mu$  – коэффициент Пуассона. Подставляя эти зависимости в формулу для  $\tau_{\max}$ , и учитывая, что в изотропных телах

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)},$$

получим выражение:

$$\tau_{\max} = G(\varepsilon_1 - \varepsilon_3),$$

где значения  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_3$  необходимо подставлять с учетом знака. При чистом сдвиге  $\varepsilon_3 = -\varepsilon_1$ , поэтому последнее выражение можно привести к виду:

$$\tau_{\max} = 2G\varepsilon_1 \quad \text{или} \quad \tau_{\max} = \frac{E}{1 + \mu} \varepsilon_1.$$

### Испытательная установка

Работа выполняется на типовом комплексе испытательного оборудования ОСМ. Усилие на балку 1 длиной  $L$  (рис. 26, а) с поперечным сечением в форме двутавра передается от гидроцилиндра 4 через силоизмеритель 6 и двуплечий рычаг 2. При подаче давления в гидроцилиндр балка упирается в верхние опоры 3 и 5. Таким образом, нагружение балки осуществляется двумя сосредоточенными силами, расположенными на расстоянии  $l$  друг от друга. На рис. 26, б представлен внешний вид установки.

Для определения нормальных напряжений в поперечном сечении балки, расположенном посередине её длины, наклеены пять тензорезисторов. Расстояния от тензорезисторов до нейтрального слоя балки обозначены соответственно  $y_1, y_2, \dots, y_5$ , рис. 27. С целью экспериментального определения величины максимального касательного напряжения, действующего в точках нейтрального слоя, посередине высоты балки наклеены два тензорезистора 6 (по одному с левой и с правой стороны балки – для повышения точности измерения) под углом  $45^\circ$  к продольной оси балки в направлении действия главного напряжения  $\sigma_1$  (и главной деформации  $\varepsilon_1$ ).

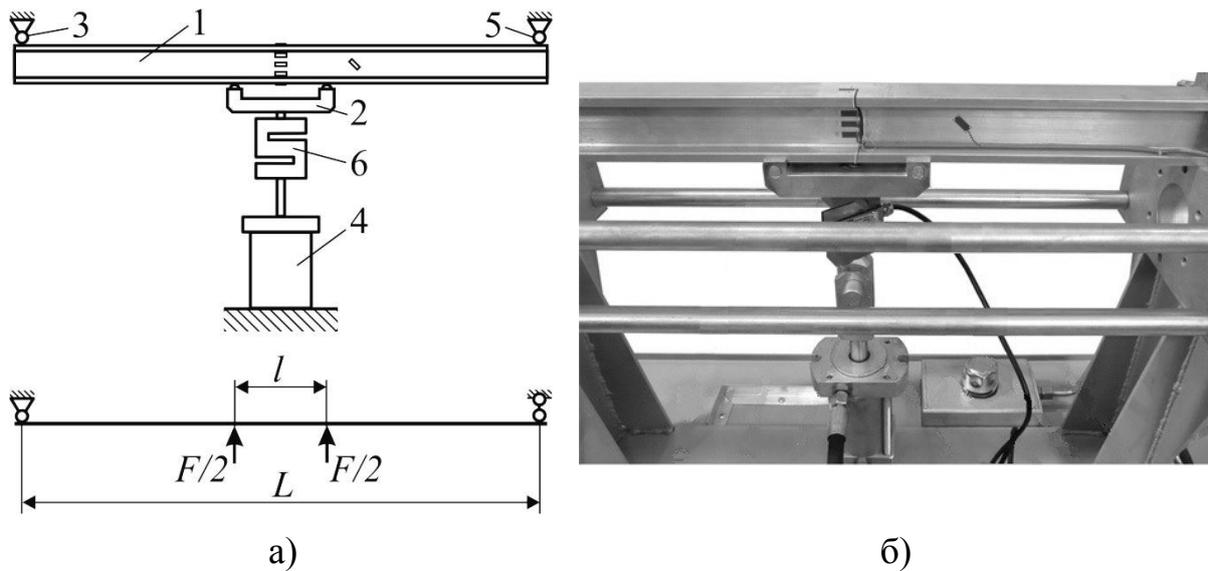


Рис. 26. Испытательная установка: а – схема установки и расчётная схема балки; б – внешний вид установки

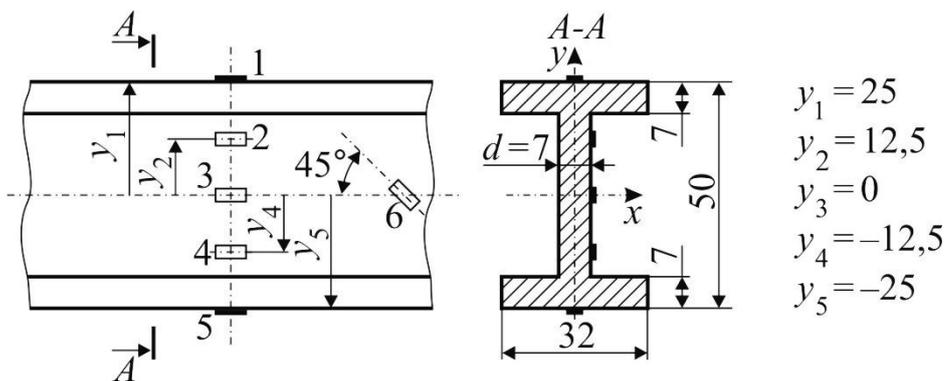


Рис. 27. Расположение тензорезисторов и размеры поперечного сечения балки, мм

### Порядок выполнения работы

1. Непосредственным измерением или по технической документации на установку определить размеры балки, записать координаты расположения тензорезисторов  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$ .

Упругие характеристики материала балки (алюминиевый сплав):

- модуль упругости при растяжении  $E = 72$  ГПа ( $7350$  кгс/мм<sup>2</sup>);
- коэффициент Пуассона  $\mu = 0,32$ .

Геометрические характеристики поперечного сечения балки:

- момент инерции относительно нейтральной оси  $I_x = 236000$  мм<sup>4</sup>;
- статический момент отсеченной части сечения  $S_x^{\text{отс}} = 5950$  мм<sup>3</sup>.

2. Определить величину поперечной силы и изгибающего момента в местах наклейки тензорезисторов от расчётной нагрузки  $F$ . Величина нагрузки задается преподавателем в пределах  $1,5 \dots 2,0$  кН ( $153 \dots 204$  кгс).

3. Вычислить теоретические значения нормальных напряжений в точках, соответствующих местам наклейки тензорезисторов 1–5:

$$\sigma_{(i)}^T = \frac{F \cdot (L - l)}{4I_x} \cdot y_i,$$

где  $F$  – расчётное значение нагрузки,  $L$  – расстояние между неподвижными опорами,  $l$  – расстояние между штифтами двухплечего рычага в устройстве нагружения.

4. Вычислить максимальное касательное напряжение на нейтральной оси балки:

$$\tau_{\max}^T = \frac{0,5F \cdot S_x^{\text{отс}}}{I_x \cdot d},$$

где  $d$  – толщина вертикальной стенки двутаврового профиля балки, см. рис. 27.

5. Нагрузить балку предварительной нагрузкой  $F_0=400\dots500$  Н (41...51 кгс). Записать значение нагрузки и показания тензорезисторов  $A_i^{F_0}$ ,  $i = 1, 2, \dots, 6$ .

6. Увеличить нагрузку на балку до  $F + F_0$ . Записать значение усилия и показания тензорезисторов  $A_i^{F_0+F}$ . Найти приращения показаний тензорезисторов  $\Delta A_i = A_i^{F_0+F} - A_i^{F_0}$ ,  $i = 1, 2, \dots, 6$ .

7. Рассчитать экспериментальные значения нормальных напряжений по деформациям, измеренным тензорезисторами:

$$\sigma_{(i)}^{\text{э}} = E \cdot \Delta A_i \cdot k_{\varepsilon}, \quad i = 1, 2, \dots, 5;$$

где  $k_{\varepsilon} = 1 \cdot 10^{-6}$  – коэффициент пропорциональности (цена деления тензорезисторного измерителя деформации).

8. Сравнить значения нормальных напряжений, полученные теоретическим расчётом, с результатами эксперимента, определить величину относительной погрешности:

$$\delta_i^{\sigma} = \frac{\sigma_{(i)}^T - \sigma_{(i)}^{\text{э}}}{\sigma_{(i)}^T} \cdot 100\%, \quad i = 1, 2, \dots, 5.$$

9. По результатам теоретического расчёта построить эпюру распределения нормальных напряжений по высоте сечения балки. Нанести на эпюру точки, соответствующие экспериментальным значениям напряжений.

10. Найти максимальное касательное напряжение в точке расположения шестого тензорезистора:

$$\tau_6^{\text{э}} = \tau_{\max}^{\text{э}} = \frac{E}{1 + \mu} \cdot \frac{\Delta A_6}{2} \cdot k_{\varepsilon}.$$

Величина  $\Delta A_6$  в этой формуле разделена на 2, т. к. для измерения деформации  $\varepsilon_1$  одновременно используются два тензорезистора, сигналы от ко-

торых суммируются, и регистрирующий прибор показывает удвоенное значение деформации.

11. Сравнить значение касательного напряжения, полученного теоретическим расчётом, с результатом эксперимента, определить величину относительной погрешности:

$$\delta\tau = \frac{\tau_{\max}^T - \tau_{\max}^Э}{\tau_{\max}^T} \cdot 100\% .$$

### Литература

[1, §4.2, 4.3], [2, §60, 61], [3, §6.2, 7.1], [4, с. 97–101], [6, с. 80–87]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. Эксперимент проводить только в присутствии преподавателя или лаборанта.
2. Внимательно следить по шкале силоизмерителя за изменениями нагрузки, чтобы не допустить превышения заданной величины.
3. Не касаться руками тензорезисторов и монтажных проводов.

### Вопросы для самопроверки

1. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечных сечениях балки при поперечном изгибе?
2. Каков закон распределения нормальных напряжений по высоте сечения балки? По какой формуле вычисляются нормальные напряжения при изгибе?
3. Как распределены касательные напряжения по сечению балки при поперечном изгибе? По какой формуле они вычисляются?
4. Как экспериментально определить величину нормальных и касательных напряжений?

## Работа 11

### ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ

**Цель работы:** экспериментальное определение величины и направления прогиба консольной балки при косом изгибе; сравнение результатов эксперимента с соответствующими значениями, найденными из расчёта.

#### Основные положения

Косой изгиб возникает в том случае, когда плоскость действия изгибающего момента наклонена по отношению к главным плоскостям сечения балки.

Косой изгиб можно рассматривать как одновременный изгиб в двух главных плоскостях, т. е. как совокупность двух плоских изгибов. На ос-

новании этой величина прогиба балки при косом изгибе подсчитывается как геометрическая сумма прогибов в двух главных плоскостях.

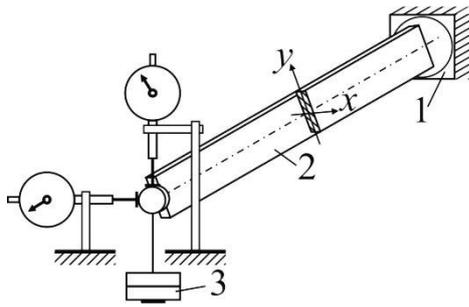


Рис. 28. Схема установки

Схема установки показана на рис. 28. Балка 2 прямоугольного поперечного сечения одним концом жёстко закреплена в опоре 1, а на другом конце имеет подвеску 3 для грузов. Крепление балки в опоре выполнено так, что можно изменять угол между вертикалью (линией действия нагрузки) и главными осями  $x$  и  $y$  поперечного сечения. С помощью двух стрелочных индикаторов измеряются вертикальное  $\Delta_B$  и горизонтальное  $\Delta_r$  перемещения конца балки.

### Порядок выполнения работы

1. Непосредственным измерением или по технической документации на установку определить длину балки, размеры поперечного сечения. Установить балку в опоре под углом  $\alpha$  между вертикалью и главной осью  $x$  (значение угла задается преподавателем). Зафиксировать балку стопорным винтом.

2. Из условия прочности

$$\max \sigma = \frac{Fl \sin \alpha}{W_x} + \frac{Fl \cos \alpha}{W_y} \leq [\sigma]$$

определить  $[F]$ , приняв заданное преподавателем значение  $[\sigma]$ . Из условия  $F_0 + F \leq [F]$  назначить величину предварительной  $F_0$  и рабочей  $F$  нагрузки на балку.

3. По расчётным формулам найти величину перемещения  $\Delta$  и угла  $\beta$  между направлением  $\Delta$  и главной осью  $x$  (рис. 29) при нагрузке  $F$ :

$$\Delta^T = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}, \quad \text{где } f_x = \frac{F_x l^3}{3EI_y} = \frac{Fl^3 \cos \alpha}{3EI_y}, f_y = \frac{F_y l^3}{3EI_x} = \frac{Fl^3 \sin \alpha}{3EI_x};$$

$$\beta^T = \arctg \frac{f_y}{f_x}.$$

4. Нагрузить балку предварительной силой  $F_0$ . Записать показания индикаторов. Приложить рабочую нагрузку  $F$  (суммарная нагрузка при этом составит  $F_0 + F$ ) и вновь записать показания индикаторов. Снять всю нагрузку. Вычислить приращение показаний индикаторов  $\Delta_B$  и  $\Delta_r$ .

5. В такой же последовательности опыт повторить 2 раза, записать все полученные результаты.

6. Вычислить средние экспериментальные значения  $\Delta_B$  и  $\Delta_r$  и перемещение  $\Delta^3 = \sqrt{\Delta_B^2 + \Delta_r^2}$  при нагружении силой, равной  $F$ .

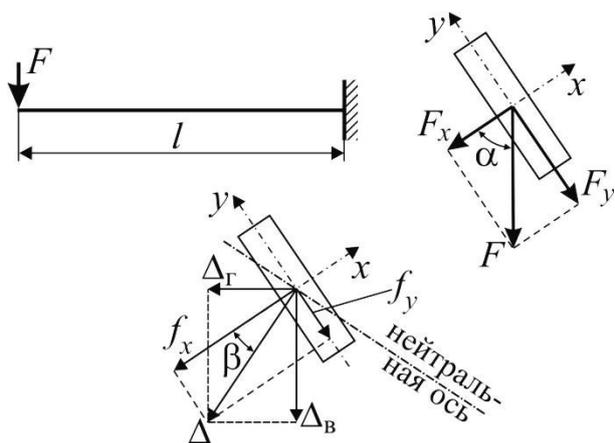


Рис. 29. Действующие силы и перемещения конца балки

7. Найти экспериментальное значение угла  $\beta$ :

$$\beta^{\text{э}} = \alpha - \arctg \frac{\Delta_{\Gamma}}{\Delta_{\text{В}}}$$

8. Сравнить теоретические и экспериментальные результаты:

$$\delta_{\Delta} = \frac{\Delta^{\text{т}} - \Delta^{\text{э}}}{\Delta^{\text{т}}} \cdot 100\%,$$

$$\delta_{\beta} = \frac{\beta^{\text{т}} - \beta^{\text{э}}}{\beta^{\text{т}}} \cdot 100\%.$$

### Литература

[1, §4.8], [2, §75], [3, §6.5], [5, с. 34–39], [6, с. 92–96]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. Не нагружать установку силами, превышающими допустимую величину.
2. Грузы на подвеску помещать аккуратно, без удара, не допуская их падения.
3. После проведения эксперимента убрать грузы с подвески.

### Вопросы для самопроверки

1. Что такое косой изгиб? Когда он возникает?
2. Чем отличается косой изгиб от прямого?
3. Как определить направление и величину прогиба конца консольной балки при косом изгибе?
4. Как экспериментально найти прогиб конца балки при косом изгибе?
5. Каков порядок выполнения работы?

## Работа 12

### НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ВНЕЦЕНТРОМ СЖАТИИ ИЛИ РАС- ТЯЖЕНИИ СТЕРЖНЯ БОЛЬШОЙ ЖЁСТКОСТИ

**Цель работы:** экспериментальное определение напряжений в стержне при внецентренном сжатии (растяжении), сопоставление результатов эксперимента с теоретическими расчётами.

### Основные положения

При внецентренном сжатии (растяжении) стержня линия действия внешней силы  $F$  не совпадает с продольной осью стержня, она смещена

относительно оси и параллельна ей. В поперечных сечениях при этом возникают нормальная сила и изгибающий момент (рис. 30).

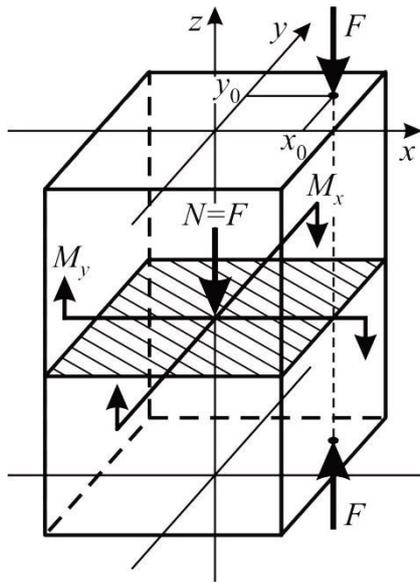


Рис. 30. Внутренние силовые факторы в стержне при внецентренном сжатии

Нормальные напряжения при внецентренном сжатии (растяжении) могут быть подсчитаны как алгебраическая сумма напряжений от нормальной силы и от изгибающего момента. Плоскость действия изгибающего момента в общем случае нагружения может не совпадать ни с одной из главных осей сечения стержня, поэтому изгибающий момент приходится раскладывать на составляющие, действующие относительно главных центральных осей стержня (см. рис. 30). Таким образом, при внецентренном растяжении (сжатии) нормальные напряжения в произвольной точке сечения определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{S} + \frac{M_x \cdot y}{I_x} + \frac{M_y \cdot x}{I_y},$$

где  $M_x = F \cdot y_0$  и  $M_y = F \cdot x_0$  – изгибающие моменты в поперечном сечении ( $y_0$  и  $x_0$  – координаты точки приложения внешней нагрузки относительно главных центральных осей стержня),  $I_x$  и  $I_y$  – осевые моменты инерции сечения,  $x$  и  $y$  – координаты точки, в которой определяются напряжения.

Нейтральная ось сечения при внецентренном сжатии (растяжении) не проходит через центр тяжести и находится по отношению к нему со стороны, противоположной точке приложения силы.

Эксперимент выполняется на специальных образцах (рис. 31), которые подвергаются внецентренному сжатию или растяжению на испытательной машине типа Р-5 или УМЭ-10ТМ, либо на типовом комплексе испытательного оборудования ОСМ.

Для определения напряжений в характерных точках образцов наклеены тензорезисторы (1 и 2 или 1, 2 и 3, см. рис. 31), сигналы от которых регистрируются с помощью измерителя деформаций ИДЦ.

### Порядок выполнения работы

1. Непосредственным измерением или по технической документации на установку определить размеры образца и координаты точки приложения внешней силы относительно главных центральных осей сечения.
2. Аналогичным образом определить координаты точек, в которых установлены тензорезисторы.

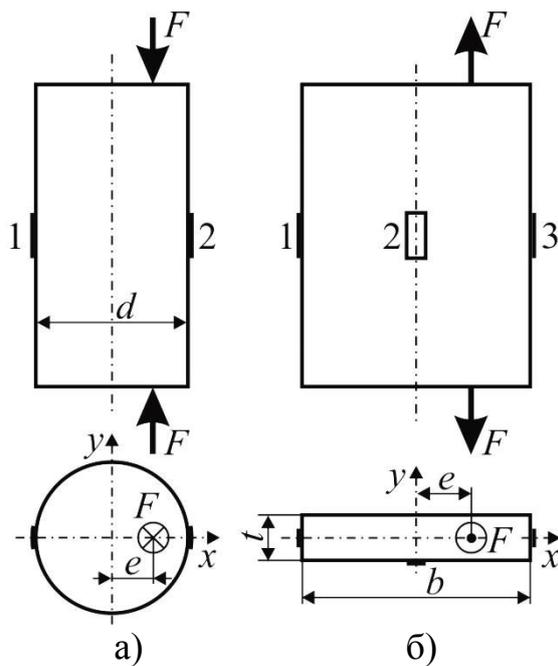


Рис. 31. Образцы для испытаний:  
 а) цилиндрический образец;  
 б) образец с прямоугольным поперечным сечением

3. Вычислить теоретические значения напряжений в точках расположения тензорезисторов:

$$\sigma_{(i)}^T = \frac{N}{S} + \frac{M_y}{I_y} x_i,$$

где  $M_y = Fe$ ;  $S$  и  $I_y$  – площадь и осевой момент инерции поперечного сечения образца,  $x_i$  – координаты соответствующих точек. При вычислении напряжений следует учитывать знаки входящих в формулу величин. Построить эпюру распределения нормальных напряжений по сечению.

4. Нагрузить образец предварительно нагрузкой  $F_0$ . Поочередно подключая к прибору тензорезисторы, записать показания прибора.

5. Увеличить нагрузку на образец на величину рабочей нагрузки  $F$  (значения  $F_0$  и  $F$  задаются преподавателем), записать показания прибора.

6. По значениям приращений показаний тензорезисторов  $\Delta A_i$ , соответствующим рабочей нагрузке  $F$ , найти напряжения  $\sigma_{(i)}^{\text{э}} = \Delta A_i k_{\text{э}} E$ , где  $k_{\text{э}}$  – цена деления измерителя деформаций. Результаты эксперимента (величины напряжений) нанести на эпюру напряжений, полученную из расчёта.

7. Сравнить результаты теоретических расчётов с экспериментальными данными для исследуемых точек:

$$\delta_i = \frac{\sigma_{(i)}^T - \sigma_{(i)}^{\text{э}}}{\sigma_{(i)}^T} \cdot 100\%.$$

### Литература

[1, §4.9], [2, §76], [3, §6.6], [4, с. 93–96], [5, с. 45–50], [6, с. 63–65]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. Эксперимент проводить только в присутствии преподавателя или лаборанта.
2. Внимательно следить по шкале силоизмерителя за изменениями нагрузки, чтобы не допустить превышения заданной величины.
3. Не касаться руками тензорезисторов и монтажных проводов.
4. После проведения эксперимента разгрузить установку.

### Вопросы для самопроверки

1. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечном сечении стержня при внецентренном сжатии (растяжении)?
2. Как вычисляются нормальные напряжения в точках стержня при внецентренном сжатии (растяжении) стержня большой жёсткости?
3. Как расположена нейтральная линия в сечении стержня по отношению к его центру тяжести при внецентренном сжатии (растяжении)?
4. Как экспериментально найти напряжения в стержне?

### Работа 13

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРА ИЗГИБА ТОНКОСТЕННОГО НЕЗАМКНУТОГО ПРОФИЛЯ

**Цель работы:** экспериментальное определение центра изгиба тонкостенного незамкнутого профиля.

#### Основные положения

К числу наиболее распространённых тонкостенных стержней относятся прокатные и гнутые профили, сварные балки и другие подобные элементы. Толщина профиля (стенки поперечного сечения) мала по сравнению с размерами поперечного сечения. В тонкостенных стержнях открытого (незамкнутого) профиля возникают явления, которые не могут быть учтены прежними моделями кручения и изгиба стержней.

Система сил, лежащих в плоскости сечения, в соответствии с законами механики может быть приведена к любой точке плоскости в виде равнодействующих силы и момента.

Величина равнодействующей силы не зависит от точки приведения и во всех случаях равна поперечной силе  $Q$ . В случае кольцевого незамкнутого профиля (рис. 32) касательные напряжения в плоскости поперечного сечения будут:

$$\tau = \frac{Q}{\pi R \delta} (1 + \cos \varphi).$$

Равнодействующая касательных сил по оси  $y$  определяется следующим интегралом:

$$\int_S \tau \cos \varphi dS = \frac{Q}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} (1 + \cos \varphi) \cos \varphi d\varphi,$$

который, как легко установить, равен  $Q$ .

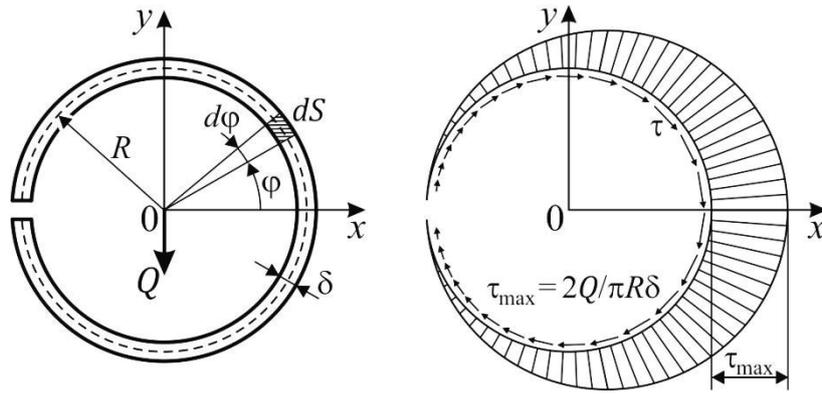


Рис. 32. Распределение касательных напряжений в незамкнутом кольцевом профиле при поперечном изгибе

Равнодействующий момент в сечении зависит от положения точки приведения сил. В случае незамкнутого кольцевого профиля момент касательных сил относительно центра кольца (рис. 33, б) будет

$$M_0 = \int_S \tau R dS = \frac{QR}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} (1 + \cos \varphi) d\varphi = 2QR.$$

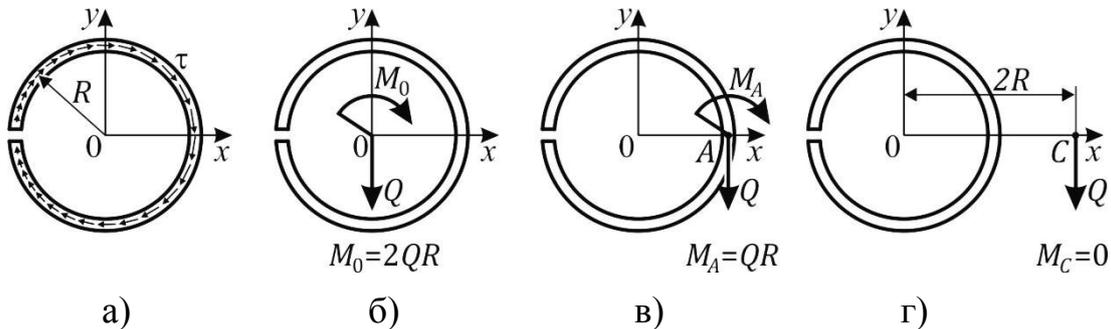


Рис. 33. Кольцевой незамкнутый профиль: а) направление касательных напряжений в профиле при поперечном изгибе; б) приведение касательных сил к центру профиля; в) приведение касательных сил к точке  $A$ ; г) приведение касательных сил к центру изгиба  $C$

При переходе к другой точке момент изменится на величину  $Qa$ , где  $a$  – расстояние от первой точки до второй. Так, если привести силы к точке  $A$  (рис. 33, в), то

$$M_A = M_0 - QR = QR.$$

Существует такая точка, относительно которой момент касательных сил в сечении при поперечном изгибе равен нулю. Эта точка называется *центром изгиба*. В данном случае центр изгиба находится на расстоянии  $2R$  от центра круга (рис. 33, г).

Для сечений, имеющих две оси симметрии, центр изгиба совпадает с центром тяжести.

Если момент касательных сил в сечении относительно центра изгиба равен нулю, то и момент внешних сил относительно центра изгиба должен быть равен нулю, иначе в брус будут возникать деформации, свойственные не только поперечному изгибу, но и кручению.

Соответственно, целесообразно при определении внутренних силовых факторов приводить касательные силы в сечении не к центру тяжести, а к центру изгиба, и под крутящим моментом понимать внутренний момент относительно центра изгиба. Так, в случае стержня, показанного на рис. 34, можно сказать, что если линия действия силы проходит через центр изгиба (точка  $C$ ), то крутящий момент в сечении равен нулю, и стержень закручиваться не будет.

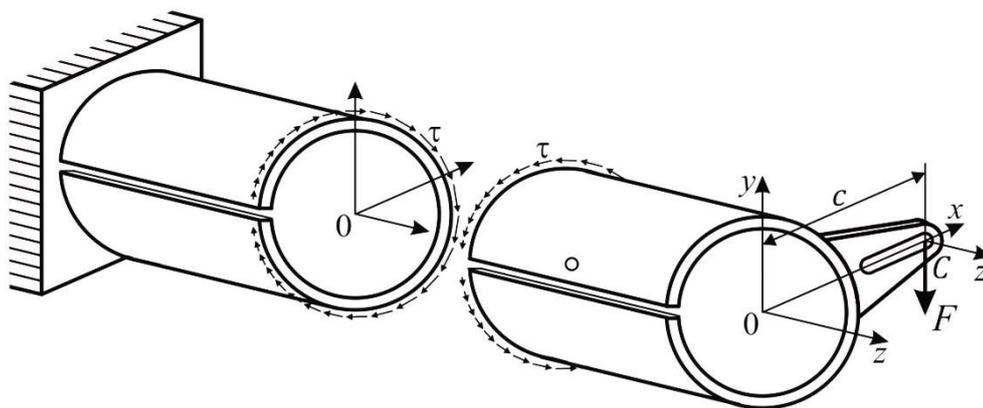


Рис. 34. Схема установки для определения центра изгиба

Экспериментально центр изгиба может быть найден следующим образом: нужно передвигать точку приложения силы  $F$  вдоль оси  $x$  (изменять расстояние  $c$ , см. рис. 34) и отслеживать угол поворота какого-либо сечения. При приложении силы в центре изгиба стержень закручиваться не будет, т. е. угол поворота любого сечения будет равен нулю. Такой прием экспериментального определения положения центра изгиба может быть использован для стержня с любым незамкнутым профилем.

Для практической реализации такого эксперимента удобно к стержню в диаметрально противоположном направлении прикрепить поперечный рычаг (рис. 35) и, нагружая стержень силой  $F$  в разных точках, измерять перемещения по концам этого рычага. Величина угла поворота поперечного сечения может быть определена следующим образом:  $\varphi = (\Delta_1 - \Delta_2) / 2a$ , причём перемещения  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  должны подставляться с учетом знака.

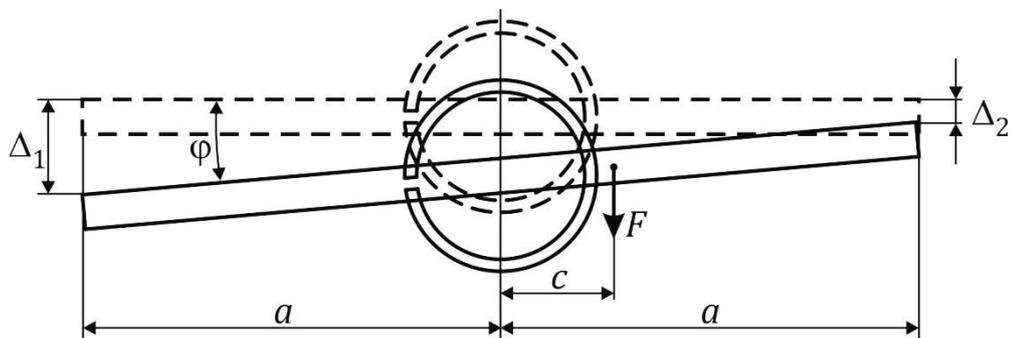


Рис. 35. Определение положения центра изгиба

Если построить график зависимости угла  $\varphi$  от расстояния  $c$ , то точка пересечения этого графика с нулём даст значение  $c$ , соответствующее центру изгиба.

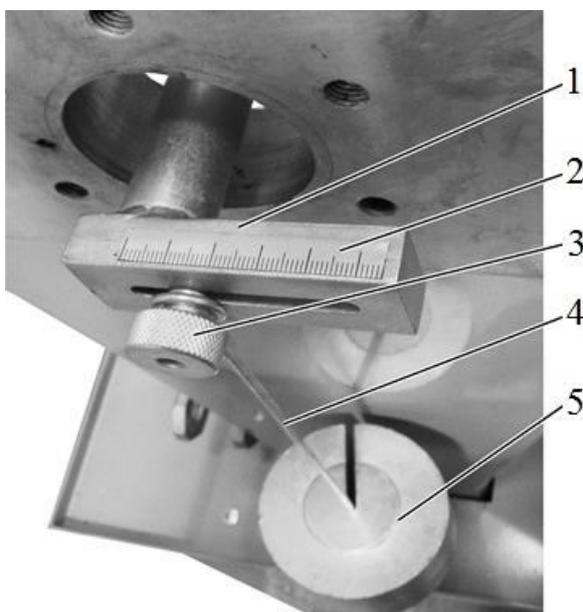


Рис. 36. Установка грузов

### Порядок выполнения работы

1. Установить фиксатор 3 с подвесом (рис. 36) на расстоянии 0 мм от оси образца по шкале линейки 2, нанесенной на устройство нагружения 1.

2. Установить показания микрометров на «0», нажав кнопку «Zero».

3. Установить грузы 5 (см. рис. 36) общей массой 3 кг на подвес 4.

4. Записать показания микрометров  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  и расстояние  $c$  от оси образца до точки приложения веса грузов.

5. Убрать грузы с подвеса, ослабить фиксатор 3, сдвинуть его вправо на 3–4 мм и зажать в новом положении.

6. Выполнять действия по пунктам 2–5 вплоть до смещения фиксатора в крайнее правое положение.

7. По полученным данным построить график зависимости  $\varphi(c)$  (точечный), провести через полученные точки прямую линию. Координата точки пересечения этой прямой с осью абсцисс соответствует расстоянию от оси образца до центра изгиба.

8. Сравнить полученное значение с теоретическим, равным среднему диаметру образца. Сделать выводы.

Дополнительные данные:

расстояние от оси образца до центра упора микрометра  $a = 60$  мм;

наружный диаметр образца  $D = 22$  мм;

внутренний диаметр образца  $d = 18$  мм.

## Литература

[1, §4.4], [2, §72], [3, §7.3]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. Грузы на подвес устанавливать аккуратно, не допуская удара по подвесу или падения на пол. Не превышать заданного значения общего веса грузов.
2. Фиксатор затягивать без излишних усилий.
3. После выполнения работы разгрузить установку.

### Вопросы для самопроверки

1. В каких стержнях наблюдается закручивание под действием поперечной силы? Какова причина такого закручивания?
2. Что такое центр изгиба? В каких случаях он совпадает с центром тяжести поперечного сечения?
3. Как экспериментально найти центр изгиба в стержне с произвольным незамкнутым профилем?
4. Где расположен центр изгиба для кольцевого незамкнутого профиля?

## Работа 14

### ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ В ТОНКОСТЕННОЙ ТРУБЕ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ

**Цель работы:** экспериментальное определение величины и направления главных напряжений в тонкостенной трубе, испытывающей изгиб с кручением; сравнение экспериментальных и теоретических результатов.

### Основные положения

При нагружении трубы, как показано на рис. 37, в её поперечных сечениях возникают изгибающий  $M_x$  и крутящий  $T$  моменты, а также поперечная сила  $Q$ . Элементы трубы при этом испытывают плоское напряжённое состояние (одно из главных напряжений равно нулю:  $\sigma_2 = 0$ ).

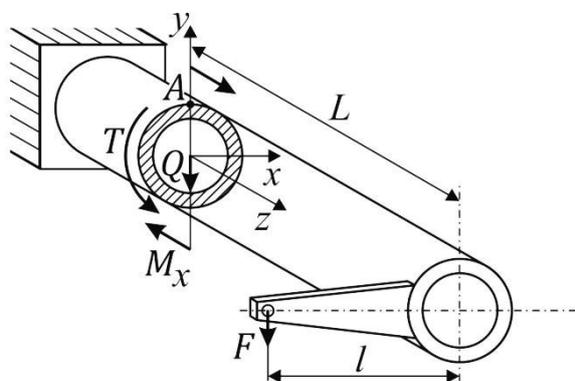


Рис. 37. Нагружение трубы

В поперечном сечении трубы на расстоянии  $L$  от свободного конца выберем точку  $A$ , наиболее удалённую от оси  $x$  (см. рис. 37). В этой точке возникают максимальное нормальное напряжение  $\sigma_{\max}$  от изгибающего момента  $M_x = FL$  и максимальное касательное напряжение  $\tau_{\max}$  от крутящего момента  $T = Fl$ , которые можно вычислить

по известным формулам:

$$\sigma_{\max} = M_x/W_x, \quad \tau_{\max} = T/W_p,$$

где  $W_x$  и  $W_p$  – соответственно осевой и полярный моменты сопротивления поперечного сечения трубы.

На рис. 38 показан элементарный объём, вырезанный в окрестности точки  $A$ , с действующими на его гранях напряжениями.

Главные напряжения  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  ( $\sigma_2 = 0$ ) для данного элемента определяются по формуле:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}.$$

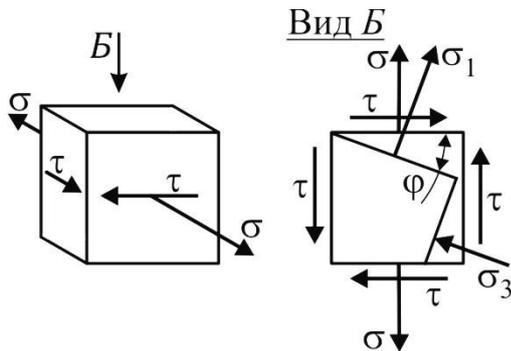


Рис. 38. Определение положения главных площадок

Положение главных площадок, в которых касательные напряжения равны нулю, а нормальные напряжения достигают своих экстремальных значений, определяется углом  $\varphi$ , на который следует повернуть исходные площадки для того, чтобы они совпали с главными (см. рис. 38). Величина угла может быть найдена из выражения:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{2\tau}{\sigma}.$$

Значения напряжений в последние две формулы следует подставлять с учетом их знака; положительный угол  $\varphi$  отсчитывается против часовой стрелки.

Величина и направление главных напряжений в точках, лежащих на поверхности трубы, могут быть найдены экспериментально. Предназначенная для этого установка (рис. 39) состоит из тонкостенной трубы 1, изготовленной из алюминиевого сплава, один конец которой жёстко закреплен в опоре 2, а второй конец соединен с удлиняющим рычагом 3 в виде трубы с отверстиями. Нагружение осуществляется с помощью гирь 4, подвешенных к поперечному рычагу 5. На поверхность тонкостенной трубы 1 наклеена розетка из трех тензорезисторов  $D_0$ ,  $D_{45}$  и  $D_{90}$ , с помощью которых измеряются деформации в точке  $A$ .

В данной лабораторной работе возможна реализация различных комбинаций изгиба и кручения. В связи с этим, такие параметры как плечо изгиба, плечо кручения и прикладываемая нагрузка (вес грузов) задаются преподавателем.

Плечо изгиба (расстояние от оси рычага до середины тензорезистора)  $L$  может быть равным 180; 280; 380; 480; 580 мм; плечо кручения  $l$  – от 150 до 350 мм; нагрузка – от 24,5 до 147 Н (шаг 24,5 Н).

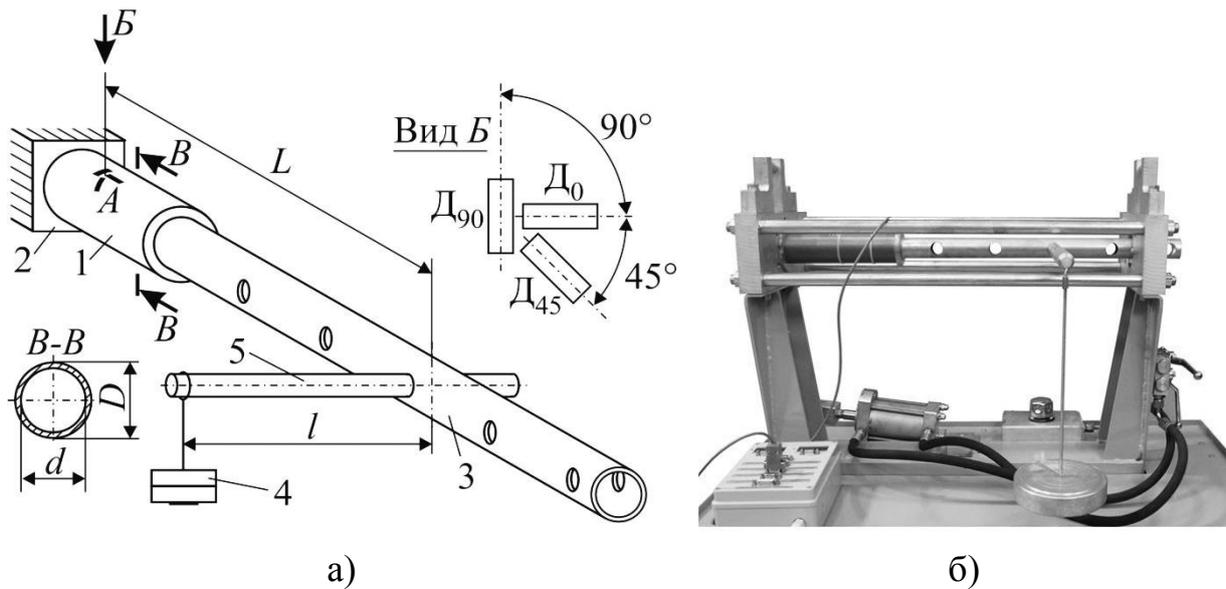


Рис. 39. Экспериментальная установка: а – схема установки; б – внешний вид установки

### Порядок выполнения работы

1. Непосредственным измерением или по технической документации на установку определить размеры  $D, d, L, l$ . Вычислить полярный и осевой моменты сопротивления поперечного сечения трубы:

$$W_p = \pi D_{cp}^2 t / 2, \quad W_x = 0,5 W_p,$$

где  $D_{cp} = 0,5(D + d)$ ,  $t = 0,5(D - d)$ .

2. Вычислить нормальные и касательные напряжения в точке А (см. рис. 39) при нагружении трубы силой  $F$ :

$$\sigma_A = \frac{FL}{W_x}, \quad \tau_A = \frac{Fl}{W_p}.$$

Значение силы  $F$ , плечо изгиба  $L$  и плечо кручения  $l$  задаются преподавателем.

3. Используя формулы:

$$\sigma_{1,3}^T = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}, \quad \operatorname{tg} 2\varphi^T = -\frac{2\tau}{\sigma},$$

найти теоретические величины главных напряжений  $\sigma_1^T, \sigma_3^T$  и угла  $\varphi^T$ , определяющего положение главных площадок.

4. Нагрузить трубу начальной нагрузкой  $F_0$ , записать показания тензорезисторов. В качестве начальной нагрузки может быть использован вес подвеса (без гирь).

5. Увеличить нагрузку на величину  $F$  (общая нагрузка на трубу при этом составит  $F_0 + F$ ), записать показания тензорезисторов. Разгрузить установку.

6. Вычислить приращения показаний тензорезисторов  $\Delta A_0, \Delta A_{45}, \Delta A_{90}$ .

7. Пункты 4, 5, 6 повторить 2-3 раза и вычислить среднее значение приращений показаний тензорезисторов и величины деформаций:

$$\varepsilon_0 = \Delta A_{0 \text{ ср}} \cdot k_\varepsilon, \quad \varepsilon_{45} = \Delta A_{45 \text{ ср}} \cdot k_\varepsilon, \quad \varepsilon_{90} = \Delta A_{90 \text{ ср}} \cdot k_\varepsilon.$$

8. Вычислить величины главных деформаций:

$$\varepsilon_{1,3} = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_{90}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{90})^2 + (2\varepsilon_{45} - \varepsilon_0 - \varepsilon_{90})^2},$$

экспериментальные значения главных напряжений:

$$\sigma_1^3 = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_3) \quad \text{и} \quad \sigma_3^3 = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_3 + \mu\varepsilon_1),$$

а также величину угла, определяющего положение главных площадок:

$$\varphi^3 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2\varepsilon_{45} - \varepsilon_0 - \varepsilon_{90}}{\varepsilon_0 - \varepsilon_{90}}.$$

9. Сравнить теоретические и экспериментальные результаты:

$$\delta_{\sigma_1} = \frac{\sigma_1^T - \sigma_1^3}{\sigma_1^T} \cdot 100\%, \quad \delta_{\sigma_3} = \frac{\sigma_3^T - \sigma_3^3}{\sigma_3^T} \cdot 100\%, \quad \delta_\varphi = \frac{\varphi^T - \varphi^3}{\varphi^T} \cdot 100\%.$$

Дополнительные данные:

модуль упругости материала трубы  $E = 72$  ГПа;

коэффициент Пуассона  $\mu = 0,32$ ;

наружный диаметр трубы  $D = 50$  мм;

внутренний диаметр трубы  $d = 48$  мм.

### Литература

[1, §7.1-7.3, 7.5], [2, §77], [3, §13.1–13.3], [5, с. 55–58], [6, с. 98–103]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. Работу проводить в присутствии преподавателя или лаборанта.
2. Грузы на подвес помещать аккуратно, не допуская удара по подвесу или падения на пол и не превышая заданного значения их общего веса.
3. После выполнения работы разгрузить установку.

### Вопросы для самопроверки

1. Какое напряжённое состояние возникает в тонкостенной трубе при одновременном действии изгиба и кручения?
2. Что называется главными площадками, главными напряжениями и главными деформациями?
3. Как теоретически определить положение главных площадок и величину главных напряжений?
4. Как определить положение главных площадок и величину главных деформаций и напряжений экспериментально?

## Работа 15

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ ИЗГИБЕ БАЛКИ. ИЛЛЮСТРАЦИЯ ТЕОРЕМЫ О ВЗАИМНОСТИ РАБОТ

**Цель работы:** а) экспериментальное определение перемещений (прогибов и углов поворота) в сечениях балки при изгибе, сопоставление экспериментальных результатов с соответствующими значениями, найденными расчётным путем; б) иллюстрация теоремы о взаимности работ.

#### Основные положения

В любом стержне под воздействием внешних сил возникают напряжения и деформации, а также линейные и угловые перемещения его поперечных сечений. Величина перемещений определяется размерами стержня и интенсивностью внутренних силовых факторов в нём: нормальной и поперечными силами, крутящим и изгибающими моментами. Если стержень работает преимущественно на изгиб (такой стержень обычно называют балкой), то основное влияние на перемещения оказывает изгибающий момент; роль остальных внутренних силовых факторов несущественна.

Для определения перемещений в упругой балке используется энергетический метод: в сечении, перемещение которого требуется найти, в направлении предполагаемого перемещения прикладывается единичная сила (для нахождения прогиба) или единичный изгибающий момент (для нахождения угла поворота сечения). От этой единичной нагрузки записывается функция изменения изгибающего момента  $M_1(z)$  по длине балки (графиком такой функции является «единичная» эпюра изгибающего момента). Записывается также функция изгибающего момента от внешних сил  $M_F(z)$  (строится эпюра изгибающего момента от внешних сил). Искомое перемещение находят в соответствии с интегралом Мора:

$$\Delta = \int_l \frac{M_1(z)M_F(z)}{EI_x} dz,$$

где  $E$  – модуль упругости материала балки при растяжении,  $I_x$  – осевой момент инерции поперечного сечения,  $l$  – длина балки. Если результат получается отрицательным, то это означает, что перемещение будет в направлении, противоположном приложенной единичной нагрузке.

Искомое перемещение может быть найдено как прямым вычислением интеграла Мора, так и численным образом, например, с помощью формулы Симпсона:

$$\Delta = \frac{l}{6EI_x} (M_1^H M_F^H + 4M_1^C M_F^C + M_1^K M_F^K),$$

где  $M_1^H, M_1^C, M_1^K$  – значения изгибающего момента от единичной нагрузки в начале, середине и в конце балки;  $M_F^H, M_F^C, M_F^K$  – то же, но от внешних сил.

Значения моментов могут быть взяты с соответствующих эпюр изгибающих моментов.

Если эпюры изгибающих моментов от единичной нагрузки и от внешних сил имеют особые точки (точки перелома, «скачки»), то вся длина балки по этим точкам делится на участки, вычисляется интеграл Мора по каждому из участков, и полученные результаты суммируются.

### Описание установки

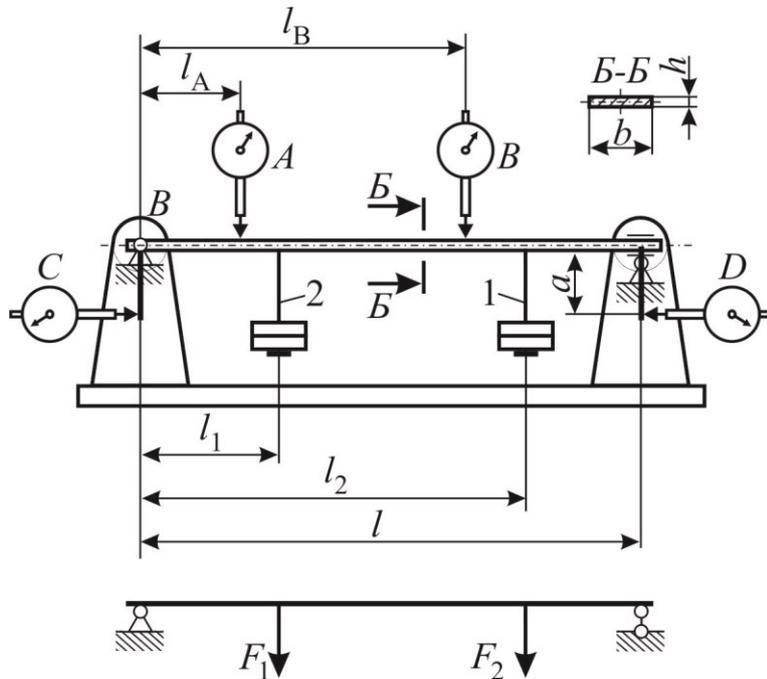


Рис. 40. Схема установки

Установка (рис. 40) представляет собой балку на двух шарнирных опорах, одна из которых может перемещаться, что позволяет регулировать длину пролета  $l$ , а также получить балку с консолью. На балке имеются подвески 1 и 2 для грузов. Установка оснащена индикаторами A и B для измерения вертикальных прогибов балки и индикаторами C и D для измерения угловых поворотов в опорных сечениях.

Внешний вид установки показан на рис. 41.



Рис. 41. Внешний вид установки

### А. Определение перемещений. Порядок выполнения работы

1. Непосредственным измерением или по технической документации на установку определить размеры  $h$ ,  $b$ ,  $l$ ,  $a$ .

2. По указанию преподавателя или лаборанта принять величины грузов  $F_1$  и  $F_2$  (от 10 до 30 Н), а также установить размеры  $l_1, l_2, l_A$  и  $l_B$ , определяющие положение подвесов 1, 2 и индикаторов  $A, B$ .

3. Для принятых грузов  $F_1$  и  $F_2$  вычислить прогибы в точках установки индикаторов  $A$  и  $B$  и углы поворота в опорных сечениях. Для этого можно воспользоваться формулой Симпсона:

$$\Delta = \sum \frac{l_i}{6EI_x} (M_{1i}^H M_{Fi}^H + 4M_{1i}^C M_{Fi}^C + M_{1i}^K M_{Fi}^K),$$

где  $l_i$  – длина участка балки,  $\sum l_i = l$ .

4. Для ненагруженной балки ( $F_1 = F_2 = 0$ ) записать начальные показания индикаторов  $A, B, C, D$  (в качестве предварительной нагрузки можно принять вес подвесок).

5. Нагрузить балку силами  $F_1$  и  $F_2$ , значения которых равны усилиям, принятым в теоретическом расчёте (см. п. 2). Записать показания индикаторов, после чего разгрузить балку.

6. По показаниям индикаторов определить прогибы  $V_A = \Delta A, V_B = \Delta B$  и углы поворота  $\Theta_C = \Delta C/a$  и  $\Theta_D = \Delta D/a$  в опорных сечениях;  $\Delta A, \Delta B, \Delta C$  и  $\Delta D$  – приращение показаний индикаторов  $A, B, C$  и  $D$  соответственно.

7. Сравнить экспериментальные и расчётные результаты:

$$\delta_V = \frac{V^T - V^Э}{V^T} \cdot 100\%, \quad \delta_\Theta = \frac{\Theta^T - \Theta^Э}{\Theta^T} \cdot 100\%.$$

## Б. Иллюстрация теоремы о взаимности работ

Теорема о взаимности работ состоит в следующем: работа силы  $F_1$  на перемещении  $\Delta_{12}$  (перемещение точки приложения силы  $F_1$ , вызванное действием силы  $F_2$ ) равна работе силы  $F_2$  на перемещении  $\Delta_{21}$  (перемещение точки приложения силы  $F_2$ , вызванное действием силы  $F_1$ ):

$$F_1 \Delta_{12} = F_2 \Delta_{21}.$$

### Порядок выполнения работы

1. Закрепить подвески 1 и 2 для гирь на балке. Установить индикаторы  $A$  и  $B$  непосредственно в тех сечениях, где закреплены подвески, записать начальные показания этих индикаторов (в качестве предварительной нагрузки можно использовать веса подвесок).

2. На подвеску 1 положить груз  $F_1$  (гири массой 2...5 кг) и по показаниям индикатора  $B$ , установленного в сечении со второй подвеской, определить прогиб  $\Delta_{21}$ . Снять груз.

3. На подвеску 2 положить груз  $F_2$  (гири массой 2...5 кг) и по показаниям индикатора  $A$ , установленного в сечении с первой подвеской, определить прогиб  $\Delta_{12}$ . Снять груз.

4. Проверить справедливость условия  $F_1 \Delta_{12} = F_2 \Delta_{21}$ .

## Литература

[1, §5.1-5.3, 5.6], [2, §82, 83], [3, §8.9], [4, с. 61–65]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. Грузы на подвески устанавливать аккуратно, не допуская удара по подвескам или падения на пол. Не превышать заданного значения общего веса грузов.
2. Фиксаторы подвесок и стоек индикаторов затягивать без излишних усилий.
3. После выполнения работы разгрузить установку.

### Вопросы для самопроверки

1. От чего зависит величина перемещений в стержне? Какой внутренний силовой фактор оказывает основное влияние на перемещения в балке при изгибе?
2. Какой метод служит для теоретического определения перемещений в балке, какой порядок действий он предусматривает?
3. Как можно численно найти интеграл Мора?
4. Как экспериментально определяются линейные и угловые перемещения поперечных сечений при изгибе балки?
5. В чём заключается теорема о взаимности работ?

## Работа 16

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВЕННОЙ РАМЕ

**Цель работы:** экспериментальное определение перемещений в пространственной раме и сравнение полученных величин с соответствующими значениями, найденными расчётным путем.

#### Основные положения

Определение линейных и угловых перемещений в стержневых системах энергетическим методом сводится к вычислению интеграла Мора, который для пространственных рам, имеющих прямые участки с постоянной в пределах каждого участка жёсткостью, удобно вычислять по формуле Симпсона:

$$\Delta = \sum \frac{l}{6EI_x} (M_{x1}^H M_{xF}^H + 4M_{x1}^C M_{xF}^C + M_{x1}^K M_{xF}^K) + \\ + \sum \frac{l}{6EI_y} (M_{y1}^H M_{yF}^H + 4M_{y1}^C M_{yF}^C + M_{y1}^K M_{yF}^K) + \\ + \sum \frac{l}{6GI_k} (T_1^H T_F^H + 4T_1^C T_F^C + T_1^K T_F^K),$$

где  $\Delta$  – искомое перемещение;  $l$  – длина участка рамы;  $EI_x$ ,  $EI_y$ ,  $GI_k$  – жёсткость сечения при изгибе в двух взаимно-перпендикулярных плоско-

стях и при кручении участка рамы соответственно;  $M_{x1}$ ,  $M_{y1}$ ,  $T_1$  и  $M_{xF}$ ,  $M_{yF}$ ,  $T_F$  с верхними индексами "н", "с" и "к" – значения изгибающих и крутящих моментов в начале, середине и конце каждого участка рамы от действия единичной нагрузки и от внешних сил соответственно. Суммирование ведется по всем участкам рамы.

В приведенной выше формуле перемещения от нормальной и поперечных сил не учитываются в силу их малости. Для определения значений изгибающих и крутящего моментов на каждом из участков рамы целесообразно построить соответствующие эпюры.

### Описание установки

Установка представляет собой пространственную раму, состоящую из нескольких прямых стержней постоянного трубчатого сечения, последовательно сваренных между собой под углом  $90^\circ$  друг к другу, рис. 42, а. Один конец рамы зашпелен, а на другом её конце размещены индикаторы  $A$  и  $B$  для измерения вертикального (в направлении оси  $y$ ) и горизонтального (в направлении оси  $x$ ) перемещений концевое сечения рамы, а также индикатор  $C$ , который позволяет определить угол поворота сечения относительно оси  $z$ . Нагружение рамы осуществляется через подвеску с гирями в заданной точке последнего участка рамы. Внешний вид установки показан на рис. 42, б.

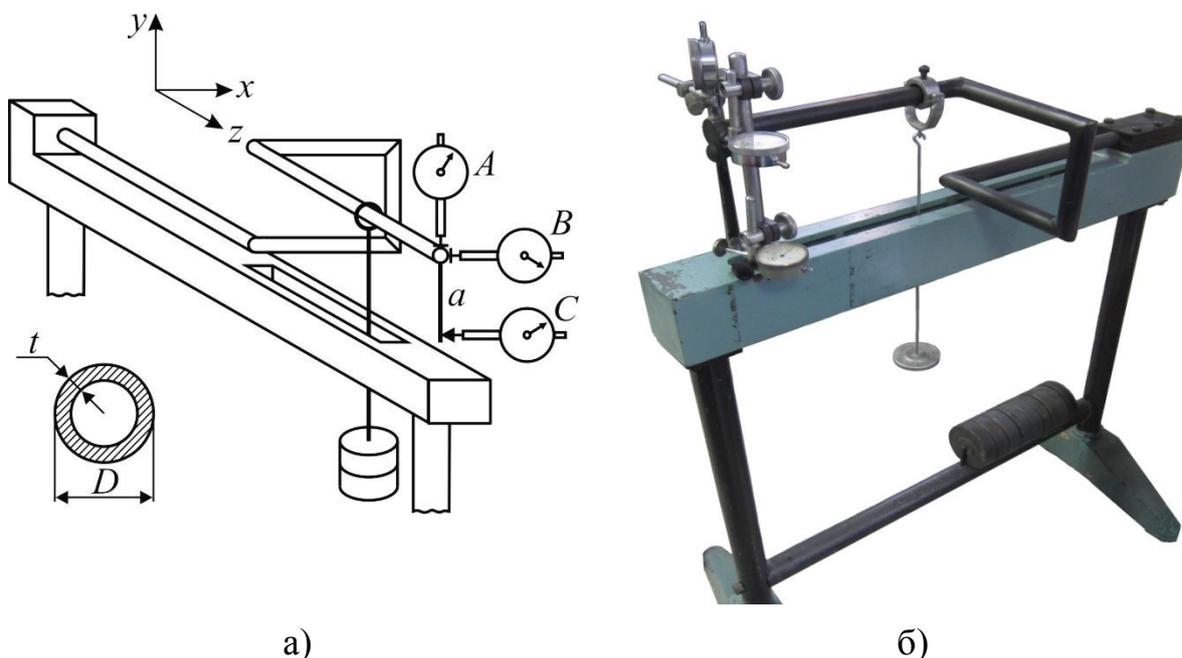


Рис. 42. Установка для выполнения лабораторной работы:  
а – схема установки; б – внешний вид установки

### Порядок выполнения работы

1. Непосредственным измерением или по технической документации на установку определить наружный диаметр трубчатого сечения  $D$  и толщину

стенки  $t$ , длину каждого из участков пространственной рамы, а также длину рычага  $a$  для измерения угла поворота концевого сечения рамы.

2. Установить подвеску для гирь в указанном преподавателем сечении и записать начальные показания индикаторов  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

3. Поместить на подвеску гири общей массой 4...6 кг и записать конечные показания всех индикаторов.

4. Определить экспериментальные значения вертикального  $v^э$  и горизонтального  $u^э$  перемещений концевого сечения рамы как разницу между конечным и начальным значениями индикаторов  $A$  и  $B$  соответственно. Угол поворота  $\varphi^э$  находят по формуле:

$$\varphi^э = \frac{\Delta C - u^э}{a},$$

где  $a$  – длина рычага (см. рис. 42),  $\Delta C$  – разница между конечным и начальным значениями индикатора  $C$  (для малых углов можно принять  $\varphi^э \approx \text{tg } \varphi^э$ ).

Опыт повторить 2-3 раза, полученные данные осреднить.

5. При заданных параметрах нагружения энергетическим методом с помощью формулы Симпсона вычислить теоретические значения величин  $v^т$ ,  $u^т$  и  $\varphi^т$ . Для этого построить эпюры внутренних силовых факторов: а) эпюры изгибающих и крутящего моментов от заданной нагрузки; б) эпюры изгибающих и крутящего момента от единичной силы для определения вертикального перемещения  $v^т$  концевого сечения рамы; в) эпюры изгибающих и крутящего момента от единичной силы для определения горизонтального перемещения  $u^т$ ; г) эпюры изгибающих и крутящего момента от единичного момента для определения угла поворота  $\varphi^т$ .

6. Найти величины расхождения между теоретическими и экспериментальными результатами:

$$\delta_v = \frac{v^т - v^э}{v^т} \cdot 100\%, \quad \delta_u = \frac{u^т - u^э}{u^т} \cdot 100\%, \quad \delta_\varphi = \frac{\varphi^т - \varphi^э}{\varphi^т} \cdot 100\%.$$

### Литература

[1, §5.1-5.6], [2, §78-83], [3, §8.9]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. Не прикладывать никаких усилий к стрелочным индикаторам установки.

2. Гири на подвеску помещать аккуратно, без ударов, избегая падения гирь на пол.

3. Общая масса гирь на подвеске не должна превышать рекомендованных значений.

## Вопросы для самопроверки

1. Каким методом находят перемещения в стержневой системе?
2. Как можно вычислить интеграл перемещений Мора по формуле Симпсона?
3. Для каких стержневых систем можно вычислять интеграл Мора по формуле Симпсона?
4. Как экспериментально определяют горизонтальное и вертикальное перемещения, а также угол поворота концевого сечения пространственной рамы?

## Работа 17

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА РАСЧЁТА СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ СИЛ

**Цель работы:** экспериментальное определение опорных реакций, линейных перемещений в статически неопределимых стержневых системах и сравнение полученных значений с теоретическими значениями.

#### Основные положения

К статически неопределимым стержневым системам относят такие, в которых внутренние усилия в стержнях не могут быть найдены из одних лишь уравнений статического равновесия, поскольку количество неизвестных превышает количество уравнений равновесия. Для раскрытия статической неопределимости в большинстве случаев используют метод сил. В соответствии с этим методом в качестве неизвестных величин, которые требуется определить, выбираются либо реакции в опорах, либо внутренние усилия в стержнях. Алгоритм раскрытия статической неопределимости с помощью метода сил может быть представлен в виде ряда последовательных шагов:

- 1 – определение степени статической неопределимости;
- 2 – выбор основной системы;
- 3 – построение эквивалентной системы;
- 4 – составление канонического уравнения метода сил вида

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0,$$

где  $X_1$  – искомая неизвестная величина,  $\delta_{11} = \mathcal{E}_1 \cdot \mathcal{E}_1$ ,  $\Delta_{1P} = \mathcal{E}_1 \cdot \mathcal{E}_P$ ;  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_P$  – эпюры внутреннего силового фактора от единичной нагрузки и от внешних сил соответственно. Таким внутренним силовым фактором может быть нормальная сила, изгибающий или крутящий момент – всё определяется характером решаемой задачи. Для перемножения эпюр (т. е., фактически, для вычисления интеграла Мора) можно использовать формулу Симпсона (см. работы 15, 16).

Приведенное каноническое уравнение используется при расчёте конструкций со степенью статической неопределимости, равной 1. При более

высокой степени неопределимости составляется система канонических уравнений;

5 – решение канонического уравнения:  $X_1 = -\Delta_{1P}/\delta_{11}$ ;

6 – построение итоговой «суммарной» эпюры внутреннего силового фактора:  $\mathcal{E}_\Sigma = \mathcal{E}_1 \cdot X_1 + \mathcal{E}_P$ ;

7 – «кинематическая» проверка полученного результата, состоящая в проверке справедливости выражения:  $\mathcal{E}_1 \cdot \mathcal{E}_\Sigma = 0$ .

После раскрытия статической неопределимости все дальнейшие расчёты проводятся так же, как и для статически определимой конструкции.

#### А. Определение опорного момента в статически неопределимой балке

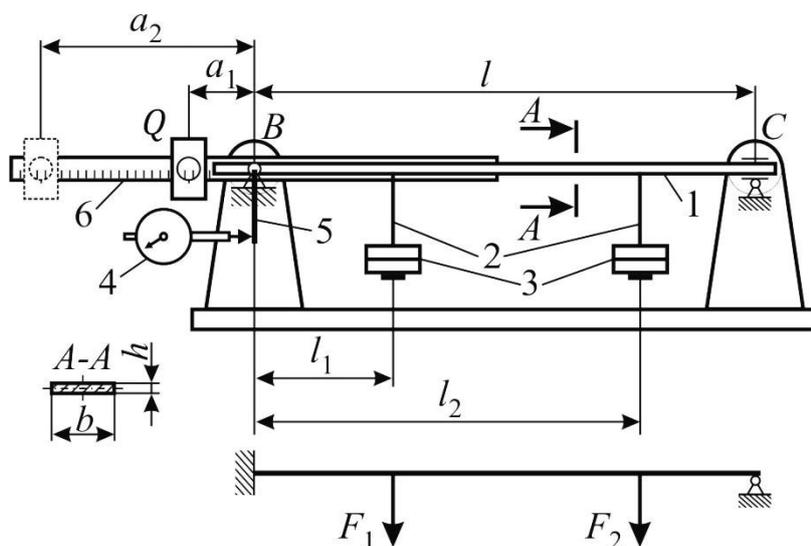


Рис. 43. Статически неопределимая балка

Установка (рис. 43) представляет собой балку на двух опорах. Она воспроизводит основную систему для статически неопределимой балки, изображённой в нижней части рисунка.

Работает установка следующим образом: балка 1 с поперечным сечением в форме прямоугольника с основанием  $b$  и высотой  $h$

фактически закреплена на шарнирных опорах  $B$  и  $C$ . В исходном состоянии (без нагрузки) балка имеет минимальный прогиб, определяемый её собственным весом и весом подвесок 2. В этом положении угол поворота балки в шарнирной опоре  $B$  фиксируется индикатором часового типа 4, связанным через рычаг 5 с балкой. Этот исходный угол поворота можно принять равным нулю.

При помещении грузов 3 на подвески 2 (т. е. при приложении сил  $F_1$  и  $F_2$ ) балка прогибается, и угол поворота балки в шарнирной опоре  $B$  изменяется. Однако если за счёт смещения груза  $Q$  рычага противовеса 6 от исходного положения  $a_1$  до  $a_2$  создать уравновешивающий момент такой, что угол поворота балки в этой опоре станет равен исходному (это можно установить по показаниям индикатора 4), то будет достигнуто полное соответствие условиям в защемлении: отсутствие линейных перемещений и поворота в опоре  $B$ . При этом величина опорного момента составит:

$$M_B^3 = Q(a_2 - a_1).$$

## Порядок выполнения работы

1. Непосредственным измерением или по технической документации на установку определить размеры балки  $l, h, b$ .

2. Приняв по указанию преподавателя расстояния  $l_1$  и  $l_2$ , а также значения нагрузок  $F_1$  и  $F_2$ , раскрыть статическую неопределимость балки с помощью метода сил и найти теоретически величину опорного момента  $M_B^T$ .

3. Установить подвески в соответствии с принятыми в п. 2 расстояниями  $l_1$  и  $l_2$ . Установить в исходное положение  $a_1$  груз  $Q$  и записать начальные показания индикатора 4, соответствующие нулевому углу поворота балки в опоре  $B$ . При этом в качестве предварительной нагрузки можно принять собственный вес подвесок.

4. С помощью гирь нагрузить балку силами  $F_1$  и  $F_2$  в соответствии с принятыми по пункту 2 значениями.

5. Аккуратно перемещая груз  $Q$  по рычагу противовеса 6, добиться возврата показаний индикатора 4 к начальным значениям, соответствующим нулевому углу поворота балки в опоре  $B$ . Записать величину  $a_2$ . Разгрузить установку: снять с подвесок гири, сдвинуть груз  $Q$  в исходное положение.

6. Вычислить экспериментальную величину опорного момента  $M_B^Э$ .

7. Сравнить теоретический и экспериментальный результаты:

$$\delta = \frac{M_B^T - M_B^Э}{M_B^T} \cdot 100\%.$$

8. Нагрузив балку одной силой  $F_1$ , экспериментально определить величину опорного момента. Меняя положение точки приложения силы  $F_1$ , построить график зависимости величины опорного момента от расстояния  $z$  между опорой  $B$  и точкой приложения силы  $F_1$ :

$$M_B^Э = f(z).$$

Для построения использовать 5-7 точек.

### Б. Определение перемещений в замкнутом статически неопределимом контуре

Установка (рис. 44) представляет собой замкнутый квадратный или кольцевой контур с опорой в верхней части. В нижней части с помощью гирь прикладывается нагрузка. Возникающие под действием нагрузки перемещения в точках  $B, C$  и  $D$  рамы измеряются индикаторами часового типа.

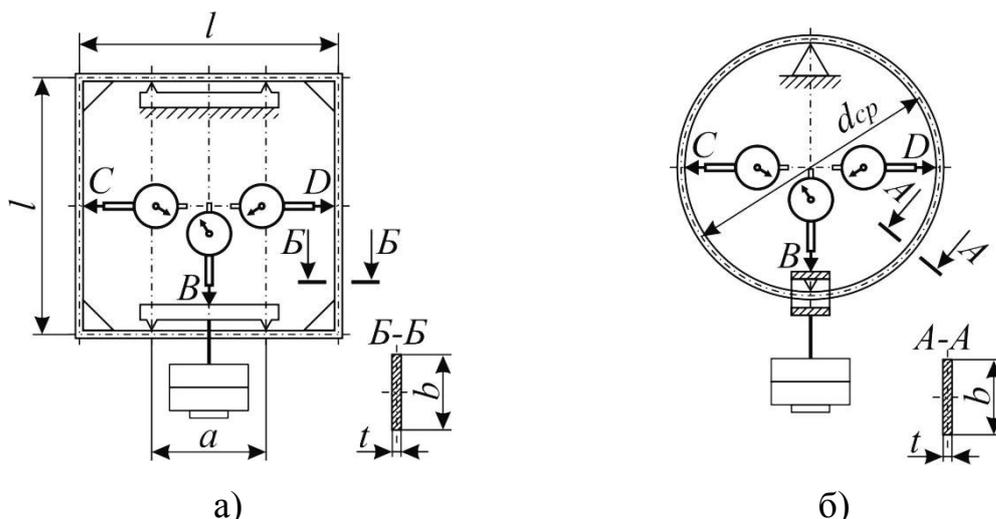


Рис. 44. Статически неопределимая рама: а – квадратный контур; б – кольцевой контур

### Порядок выполнения работы

1. Непосредственным измерением или по технической документации на установку определить размеры  $l, a, d_{cp}, b, t$ .

2. С помощью метода сил раскрыть статическую неопределимость замкнутого контура и теоретически найти величину взаимного горизонтального перемещения точек  $C$  и  $D$ , а также величину вертикального перемещения точки  $B$ . При расчётах принять нагрузку равной 60...80 Н.

3. Нагрузить установку предварительным усилием 10 Н (масса гири 1 кг), записать показания всех индикаторов.

4. С помощью гирь приложить к установке основную нагрузку в соответствии с принятой в расчётах по п. 2 (дополнительно к предварительному усилию) и вновь записать показания всех индикаторов. Снять нагрузку.

5. Вычислить приращение показаний индикаторов  $\Delta B, \Delta C, \Delta D$ .

6. Повторить опыт 2-3 раза по пунктам 3...5.

7. Вычислить средние значения приращений  $\Delta B, \Delta C, \Delta D$ . Найти экспериментальное значение взаимного перемещения точек  $C$  и  $D$ :

$$\Delta_{CD}^{\text{э}} = \Delta C + \Delta D.$$

8. Сравнить теоретический и экспериментальный результаты:

$$\delta_{CD} = \frac{\Delta_{CD}^{\text{т}} - \Delta_{CD}^{\text{э}}}{\Delta_{CD}^{\text{т}}} \cdot 100\%, \quad \delta_B = \frac{\Delta_B^{\text{т}} - \Delta_B^{\text{э}}}{\Delta_B^{\text{т}}} \cdot 100\%.$$

### Литература

[1, §6.1–6.3], [2, §90–92], [3, §9.1–9.3], [4, с. 65–71]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. Не прикладывать никаких усилий к стрелочным индикаторам установки.

2. Гири на подвеску помещать аккуратно, без ударов, избегая падения гирь на пол.

3. Общая масса гирь на подвеске не должна превышать рекомендованных значений.

### Вопросы для самопроверки

1. Какая система называется статически неопределимой?
2. В чём заключается сущность метода сил при раскрытии статической неопределимости?
3. Что такое основная система метода сил? Какие к ней предъявляются требования?
4. Как теоретически определить перемещения в статически неопределимой системе?
5. Как можно использовать свойства симметрии при раскрытии статической неопределимости?

## Работа 18

### УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

**Цель работы:** экспериментальное определение критической силы для сжатого стержня большой гибкости при разных условиях его закрепления, сравнение полученных результатов с теоретическими значениями.

#### Основные положения

Сжатый прямолинейный стержень является стержнем большой гибкости, если выполняется условие  $\lambda \geq \lambda_{\text{пред}}$ . В этом неравенстве  $\lambda$  – это гибкость стержня:  $\lambda = \mu l/i$ , где  $l$  – длина стержня,  $\mu$  – коэффициент приведения длины, зависящий от условий закрепления стержня,  $i$  – радиус инерции поперечного сечения. Под предельной гибкостью  $\lambda_{\text{пред}}$  понимается характеристика материала стержня, которая может быть найдена по формуле:

$$\lambda_{\text{пред}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{пц}}}},$$

где  $E$  – модуль упругости 1-го рода (модуль Юнга),  $\sigma_{\text{пц}}$  – предел пропорциональности материала стержня.

Если условия закрепления стержня в разных плоскостях не одинаковы или радиусы инерции относительно главных центральных осей поперечного сечения различны, то параметр гибкости  $\lambda$  рассчитывается для каждой плоскости, и в дальнейших расчётах используется его максимальная величина.

Критическая сила (минимальная сжимающая нагрузка, при которой начальная прямолинейная форма равновесия стержня становится неустойчивой) находится по формуле Эйлера:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2},$$

где  $I$  – момент инерции поперечного сечения относительно оси, перпендикулярно которой будут перемещаться точки стержня при потере устойчивости.

Можно также сначала найти критическое сжимающее напряжение в стержне  $\sigma_{кр} = \pi^2 E / \lambda^2$ , после чего рассчитать саму критическую силу:  $F_{кр} = \sigma_{кр} \cdot S$ , где  $S$  – площадь поперечного сечения стержня.

На практике процесс потери устойчивости стержнем выглядит так: при достижении сжимающей силой критической величины изменяется характер деформирования стержня – появляется изгиб, который быстро нарастает практически без увеличения нагрузки. Попытка увеличить нагрузку на стержень, уже потерявший устойчивость, может привести к возникновению значительных пластических деформаций в стержне из пластичного материала либо к разрушению в случае, если материал хрупкий (например, чугун).

### Описание установки

Нагружение производится вручную на универсальном стенде СМУ с горизонтальным расположением стержня (рис. 45). Опорные устройства стенда позволяют осуществлять как шарнирное закрепление стержня, так и защемление любого из его концов. Деформация стержня (прогиб) наблюдается визуально.



Рис. 45. Универсальный стенд СМУ

В настоящей работе нужно определить величину критической силы для сжатого стержня при трех видах закрепления его концов (рис. 46):

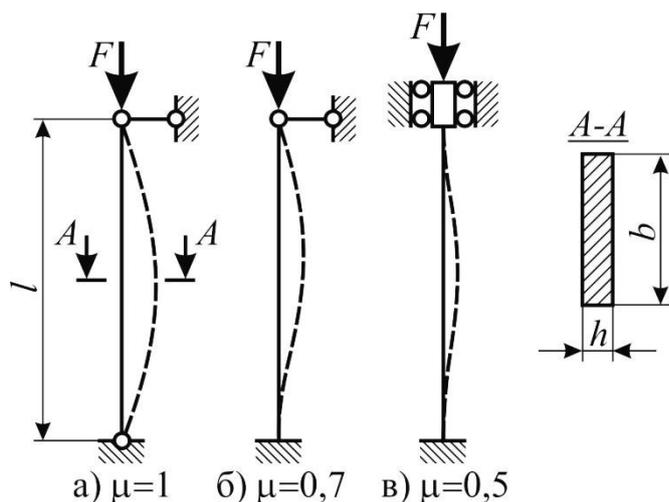


Рис. 46. Варианты закрепления концов стержня

кументации на установку определить размеры поперечного сечения стержня  $h$  и  $b$ , рабочую длину стержня  $l$ .

2. Вычислить теоретическое значение критической силы для выбранного вида закрепления по формуле Эйлера:

$$F_{кр}^T = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}.$$

3. Зафиксировать концы стержня в опорных устройствах в соответствии с выбранным видом закрепления.

4. Медленно и плавно нагружая стержень, следить за возрастанием нагрузки и поведением стержня. Прекращение роста нагрузки и заметное увеличение прогиба свидетельствуют о достижении сжимающей силой критического значения. Разгрузить стержень.

5. Сравнить теоретический и экспериментальный результаты:

$$\delta = \frac{F_{кр}^T - F_{кр}^Э}{F_{кр}^T} \cdot 100\%.$$

Для других видов закрепления повторить опыт в указанной последовательности.

### Литература

- [1, §13.1–13.4], [2, §116–118], [3, §15.1–15.4], [4, с. 71–78], [5, с. 58–61], [6, с. 122–125]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. Работу проводить в присутствии преподавателя или лаборанта.

а) стержень шарнирно оперт по концам;

б) один конец стержня оперт шарнирно, а другой – жёстко зашце́млен;

в) один конец стержня зашце́млен жёстко, а второй также зашце́млен, но имеет возможность перемещения вдоль оси стержня.

### Порядок выполнения работы

1. Непосредственным измерением или по технической документации определить размеры поперечного сечения стержня  $h$  и  $b$ , рабочую длину стержня  $l$ .

кументации на установку определить размеры поперечного сечения стержня  $h$  и  $b$ , рабочую длину стержня  $l$ .

2. Вычислить теоретическое значение критической силы для выбранного вида закрепления по формуле Эйлера:

$$F_{кр}^T = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}.$$

3. Зафиксировать концы стержня в опорных устройствах в соответствии с выбранным видом закрепления.

4. Медленно и плавно нагружая стержень, следить за возрастанием нагрузки и поведением стержня. Прекращение роста нагрузки и заметное увеличение прогиба свидетельствуют о достижении сжимающей силой критического значения. Разгрузить стержень.

5. Сравнить теоретический и экспериментальный результаты:

$$\delta = \frac{F_{кр}^T - F_{кр}^Э}{F_{кр}^T} \cdot 100\%.$$

Для других видов закрепления повторить опыт в указанной последовательности.

### Литература

- [1, §13.1–13.4], [2, §116–118], [3, §15.1–15.4], [4, с. 71–78], [5, с. 58–61], [6, с. 122–125]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. Работу проводить в присутствии преподавателя или лаборанта.

2. Закреплять концы стержня в опорных устройствах аккуратно, не допуская изгиба стержня за счёт несимметричной затяжки фиксирующих винтов. Затягивать фиксирующие винты без излишних усилий.

3. Нагружать стержень медленно, следя за показаниями силоизмерителя и поведением самого стержня. При заметном нарастании бокового прогиба стержня нагружение прекратить.

4. После окончания работы стержень разгрузить.

### Вопросы для самопроверки

1. Что называется критической силой сжатого стержня?
2. От каких параметров зависит величина критической силы по Эйлеру?
3. Как влияет способ закрепления концов стержня на величину критической силы?
4. Как экспериментально определить величину критической силы сжатого стержня? Что является признаком того, что стержень потерял устойчивость?

## Работа 19

### ДЕФОРМАЦИИ ПРИ УДАРЕ

**Цель работы:** экспериментальное определение коэффициента динамичности для двухопорной балки при ударном действии нагрузки; сравнение экспериментального и теоретического значений коэффициента динамичности; определение зависимости коэффициента динамичности от высоты падающего груза.

#### Основные положения

При ударе по балке свободно падающим грузом в ней возникают динамические напряжения, деформации, перемещения, в несколько раз превосходящие по максимальной величине те, что должны быть в балке при статическом действии веса этого груза. Это различие отражается коэффициентом динамичности:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{f_{ст}}},$$

где  $h$  – высота падения груза,  $f_{ст}$  – величина статического прогиба балки под точкой удара.

Фактически коэффициент динамичности показывает, во сколько раз напряжение (деформация, перемещение) при ударе будет больше соответствующей величины, возникающей при статическом приложении нагрузки. Например, если принять высоту падения груза  $h = 0$  (такая ситуация возникнет, если груз опустить на балку до касания с ней, после чего дать ему возможность свободно двигаться дальше), то в соответствии с приве-

денной формулой получим  $k_d = 2$ . Это означает, что даже при нулевой высоте падения груза произойдет двукратное увеличение напряжений (деформаций, перемещений) по сравнению со статической нагрузкой.

Выражение для коэффициента динамичности получено на основании ряда допущений:

а) материал балки работает упруго, т. е. подчиняется закону линейной упругости Гука;

б) масса балки не учитывается;

в) после соударения груз и балка движутся совместно, не отскакивая друг от друга;

г) потенциальная энергия поднятого на высоту  $h$  груза во время удара полностью переходит в потенциальную энергию деформации балки.

Исходя из принятых допущений, можно сказать, что использование коэффициента динамичности при расчёте на прочность и жёсткость балки дает лишь приблизительный результат, позволяющий оценить порядок возникающих в балке напряжений (деформаций, перемещений). Желание повысить точность расчётов (например, за счёт учета массы балки) приводит к усложнению выражения для  $k_d$ .

### Описание установки

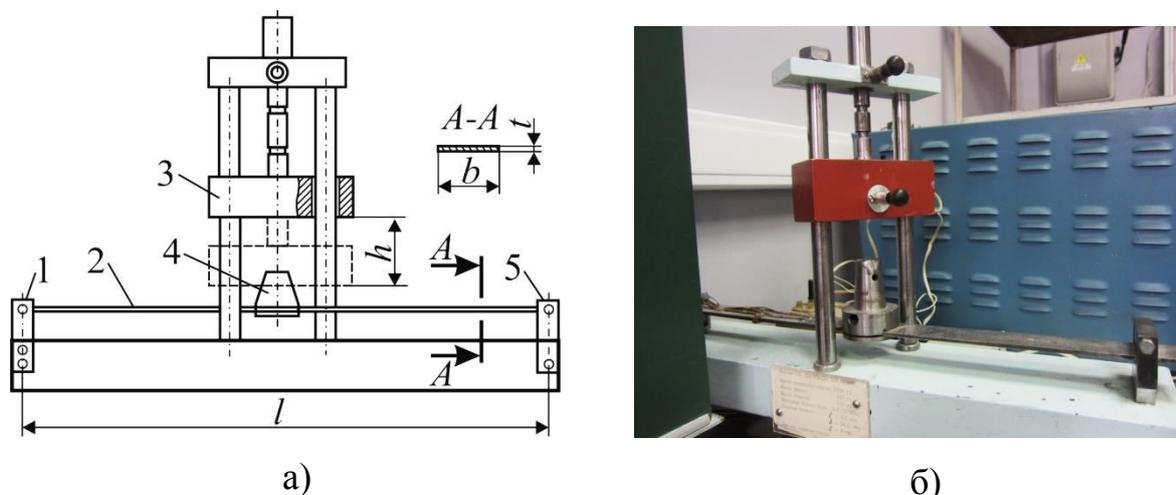


Рис. 47. Установка для ударного нагружения балки: а – схема установки; б – внешний вид установки

Гибкая стальная балка 2 (рис. 47, а) шарнирно прикреплена к двум опорам 1 и 5, одна из которых (5) выполнена в виде качающейся стойки, т. е. является шарнирно подвижным шарниром. В середине пролета балки к ней неподвижно прикреплен конический штырь 4, на который при падении плотно садится груз 3. Заклиниваясь на конус, он совершает вместе с балкой колебания после удара (удар без отскока). На установке предусмотрено устройство для сбрасывания груза с разной высоты (три варианта). Величина прогиба регистрируется с помощью тензорезистора, наклеенного

на поверхность балки. Сигнал от тензорезистора подается на регистрирующий прибор.

### Порядок выполнения работы

1. Непосредственным измерением или по технической документации на установку определить размеры балки  $l, b, t$ . Подсчитать теоретически величину статического прогиба балки  $f_{ст}$  от силы, равной весу падающего груза  $F = mg$  ( $m$  – масса груза,  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения).

2. Вычислить теоретически величину коэффициента динамичности по формуле:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{f_{ст}} \cdot \frac{m}{m + m_{шт} + \alpha m_B}},$$

где  $m$  – масса падающего груза;  $m_{шт}$  – масса штыря;  $m_B$  – масса балки;  $\alpha = 17/35$  – коэффициент приведения массы балки;  $h$  – высота падения груза. В данной формуле учтено влияние на коэффициент динамичности массы штыря и массы балки. Коэффициент динамичности вычислить для трех вариантов значений высоты падения  $h$ .

3. Найти экспериментально статический прогиб балки  $f_{ст}^э$ . Он определяется как приращение показаний прибора, регистрирующего сигнал от тензорезистора, до и после нагружения балки весом груза.

4. Закрепить груз на требуемой высоте. Отметить начальное показание регистрирующего прибора. Сбросить груз с заданной высоты и отметить отклонение показания прибора от начального положения – оно соответствует динамическому прогибу балки  $f_d^э$ . Вычислить экспериментальное значение коэффициента динамичности:

$$k_d = \frac{f_d^э}{f_{ст}^э}.$$

5. Повторить эксперимент для трёх значений  $h$  в указанной преподавателем последовательности.

6. По теоретическим и экспериментальным результатам построить графики зависимости коэффициента динамичности от высоты падения груза  $k_d = \varphi(h)$ . Объяснить причины наблюдаемого расхождения.

### Литература

[2, §143], [3, §17.1–17.3], [4, с. 53–60], [5, с. 111–116], [6, с. 108–112]

### Мероприятия по технике безопасности и сохранности оборудования

1. При установке груза на заданной высоте убедиться в надежности его закрепления.

2. При сбрасывании груза проявлять осторожность и внимательность, чтобы не получить травму.

3. Без разрешения преподавателя или лаборанта не включать приборы и не изменять положения рукояток настройки.

4. Не касаться тензорезистора и монтажных проводов.

### **Вопросы для самопроверки**

1. Что называется коэффициентом динамичности?

2. Какие допущения были приняты при выводе формулы для коэффициента динамичности?

3. От каких параметров зависит коэффициент динамичности?

4. Как влияет учет массы балки на коэффициент динамичности?

5. Как экспериментально определяется коэффициент динамичности при ударе балки падающим грузом?

## **П Р И Л О Ж Е Н И Е**

### **ИСПЫТАТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ, УСТАНОВКИ И ПРИБОРЫ.**

#### **ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕНЗОМЕТРИИ**

##### **Машины для испытания на растяжение и сжатие**

Различают три вида машин для испытаний на растяжение и сжатие:

1 – разрывные машины, позволяющие прикладывать к образцу только растягивающую силу (для сжатия образцов на таких машинах требуется дополнительное приспособление) – примером может служить машина Р-5;

2 – прессы для получения только сжимающих усилий (например, твердомеры ТК и ТШ);

3 – универсальные машины, на которых можно осуществлять как растяжение, так и сжатие (например, УМЭ-10ТМ, INSTRON и т. д.).

По способу создания усилия испытательные машины можно разделить на два основных типа:

а) машины с механическим нагружением, которые, в свою очередь, делятся на винтовые и рычажные;

б) машины с гидравлическим нагружением.

В винтовых машинах усилие, действующее на образец, создается с помощью винта. К таким машинам относятся Р-5, УМЭ-10ТМ и им подобные. В рычажных машинах нагружение образца осуществляется с помощью системы рычагов. К этому типу машин относятся, например, рычажные твердомеры ТК и ТШ.

В гидравлических машинах усилие в образце возникает вследствие увеличения давления жидкости на поршень в рабочем цилиндре. К ним относятся ИМЧ-30, ЦДМУ-30, ГМС-20, УГ-20/2, Р-20 и другие.

Испытательные машины различаются между собой также силоизмерительными устройствами. Большинство имеют маятниковые силоизмерите-

ли, которые представляют собой маятниковый противовес, отклоняющийся пропорционально действующей на образец нагрузке. В рычажных машинах усилие обычно создается грузом и определяется его массой.

### **Машины с электромеханическим нагружением**

В настоящее время наибольшее распространение в качестве испытательного оборудования получают универсальные машины с электромеханическим нагружением. Особенности конструкции такого типа установок рассмотрим на примере машины типа УМЭ-10ТМ, используемой в лаборатории «Сопротивление материалов» кафедры «Прикладная механика, динамика и прочность машин».

Универсальная машина УМЭ-10ТМ предназначена для проведения статических и циклических испытаний образцов на растяжение, сжатие и изгиб. Машина имеет электронный силоизмеритель, диаграммный аппарат, позволяющий записывать в большом масштабе диаграмму нагружения образцов. Кроме того, в составе машины имеется термокамера, которая позволяет проводить испытания при температурах до 1200 °С. На рис. 48 показан общий вид машины.

Связанное с фундаментом основание 1, колонны 2 и верхняя неподвижная траверса 3 составляют жесткую раму испытательной машины. К верхней траверсе прикреплен упругий шарнир и динамометр 4, представляющий одно целое с шарниром. Непосредственно к динамометру крепятся верхние сменные захваты в зависимости от вида образцов и характера испытаний. Аналогичные захваты крепятся на нижнем упругом шарнире, присоединенном к нижней подвижной траверсе 5. Машина снабжена комплектом захватов для испытаний круглых и плоских металлических и пластмассовых образцов как в обычных условиях, так и в условиях повышенных температур. Позади машины жестко присоединена к основанию коробка передач 6 с электродвигателем, обеспечивающая десять скоростей перемещения подвижной траверсы в диапазоне от 0,005 до 100 мм/мин.

Рядом с машиной расположен пульт управления 7. В пульте установлен электронный силоизмеритель с циферблатом 8, диаграммный аппарат барабанного типа 9, счётчик числа циклов 10, электронный блок 11 и органы управления машиной.

Силоизмеритель имеет по три шкалы нагрузок для статических и циклических испытаний с разной ценой делений. Шкалы А, Б и В служат для измерения предельных статических нагрузок в 2, 5 и 10 тонн и имеют цену делений 4, 10 и 20 кгс соответственно. Деформации на диаграммном аппарате можно получать в следующих масштабах: 1000:1, 500:1, 200:1, 100:1. Наибольший размер получаемой диаграммы «сила - деформация» составляет 500×500 мм.

Нагрузка на образец передается от нижнего захвата, закрепленного на подвижной траверсе. Поступательное перемещение (вверх или вниз) эта

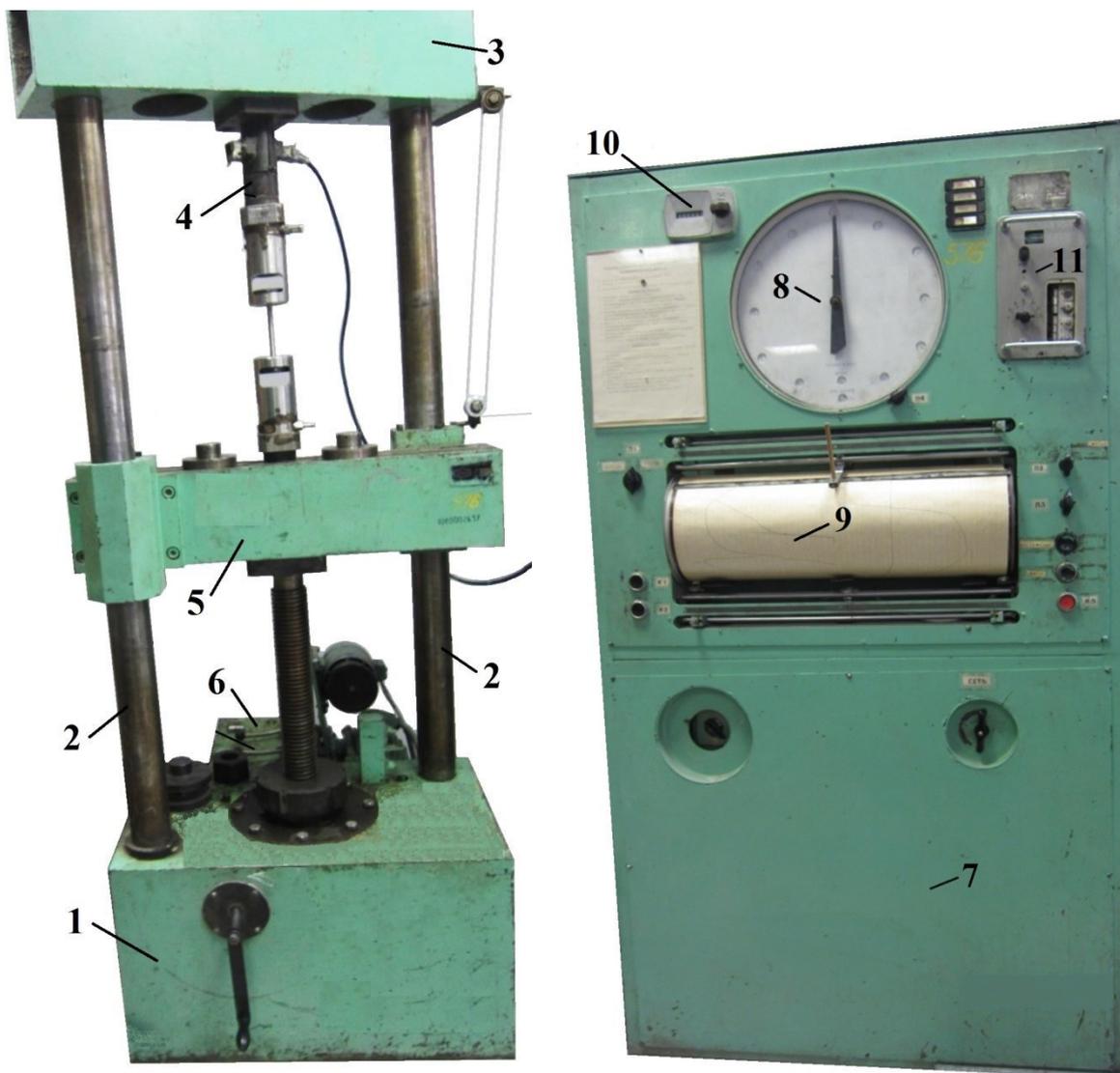


Рис. 48. Универсальная испытательная машина УМЭ-10ТМ

траверса получает при помощи грузового винта за счёт вращения червячного редуктора, расположенного внутри основания машины. Рабочее вращение червячного редуктора осуществляется двухскоростным асинхронным электродвигателем через коробку передач.

### Типовой комплект учебного оборудования ОСМ (основы сопротивления материалов)

#### Общий порядок действий при работе со стендом

1. Включить ПЭВМ, дождаться загрузки операционной системы.
2. Установить на силовую раму стенда приспособления и образцы для испытаний в соответствии с проводимой лабораторной работой (см. описание лабораторных работ).
3. Подключить используемый силоизмеритель, тензодатчики и микрометр с цифровым выходом к соответствующим разъемам на измерительно-преобразовательном блоке.

4. Включить питание измерительно-преобразовательного блока кнопкой, расположенной слева на блоке. При этом должны включиться цифровые табло на блоке.

5. Запустить на ПЭВМ программу «ОСМ измерения».

6. В случае проведения лабораторных работ, требующих использование гидроцилиндра, необходимо установить рукоятку привода ручного насоса. Для этого нужно совместить вилку на рукоятке с пазами на приводе насоса и надеть рукоятку на вал до упора (рис. 49).

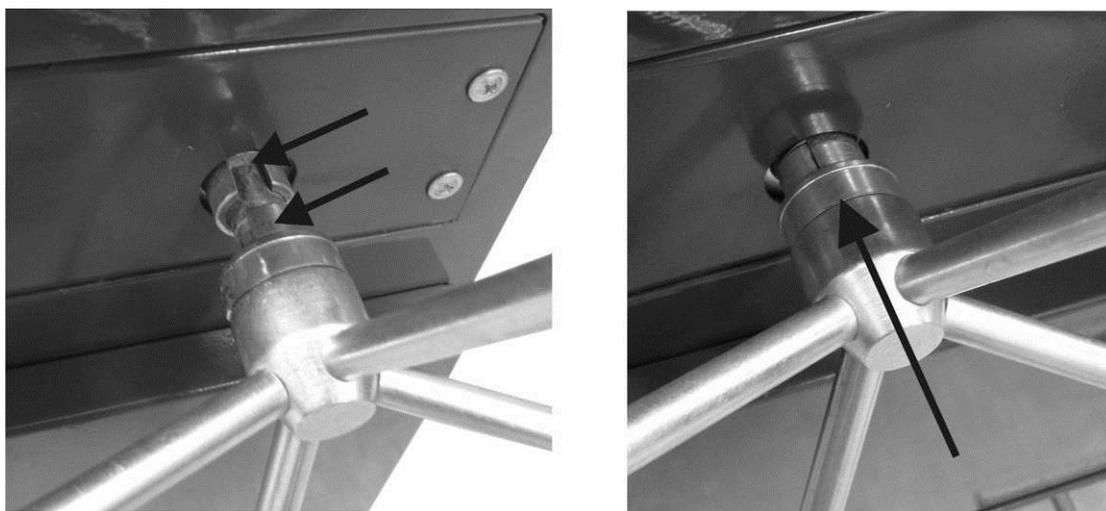


Рис. 49. Установка рукоятки ручного насоса

7. Насосная станция работает следующим образом: при вращении рукоятки по ходу часовой стрелки происходит набор жидкости в насос, при вращении рукоятки против хода часовой стрелки происходит вытеснение жидкости из насоса в гидроцилиндр через направляющие краны. В крайних положениях плунжер упирается в корпусные детали, и усилие на рукоятке резко возрастает, в связи с этим **в ходе работы с ручной насосной станцией запрещается прикладывать к рукоятке усилие больше 50 Н.**

8. Для направления потока жидкости, обеспечивающего выдвижение (прямой ход) гидроцилиндра, необходимо переключить краны в положение, показанное на рис. 50.



Рис. 50. Положение кранов при прямом ходе гидроцилиндра

9. Для направления потока жидкости, обеспечивающего втягивание (обратный ход) гидроцилиндра, необходимо переключить краны в положение, показанное на рис. 51.



Рис. 51. Положение кранов при обратном ходе гидроцилиндра

10. После завершения работы с гидроцилиндром необходимо перевести краны в положение, показанное на рис. 51, и убрать гидроцилиндр на подставку, расположенную позади силовой рамы.

### **Описание программы «ОСМ измерения»**

Программа «ОСМ измерения» предназначена для совместной работы с учебным стендом ОСМ (основы сопротивления материалов). Работать с программой должен оператор, имеющий базовые навыки работы с персональным компьютером в операционной среде MS Windows 2000/XP/Vista/7. Все файлы, записываемые программой, выбираются оператором, им же указывается их местоположение на жёстком диске. Программа предназначена для работы с операционными системами MS Windows 2000/XP/Vista/7. Программа устанавливается на компьютер простым копированием папки, содержащей три файла: OSM.exe, Lusbapi.dll, koef.dat. Файл koef.dat содержит тарифовочные коэффициенты датчиков. Также для работы программы необходимо установить драйвер для платы АЦП производства фирмы L-card, поставляемый в комплекте. Установка драйвера производится стандартными средствами операционной системы Windows.

При запуске программы на экране появляется окно, показанное на рис. 52. В зоне 1 расположено основное меню программы, позволяющее выбирать вид измерения. В зоне 2 отображается текущее значение усилия на силоизмерителе 50 кН; в случае, если силоизмеритель не подключен, отображается нижняя граница диапазона измерения силы. В связи с температурным дрейфом нуля датчика усилия показания могут быть отличны от нуля при отсутствии нагрузки. Для того, чтобы сбалансировать (установить на ноль) показания усилия, нужно нажать кнопку 3. В зоне 4 отображается текущее значение усилия на силоизмерителе 5 кН; в случае, если силоизмеритель не подключен, отображается нижняя граница диапазона

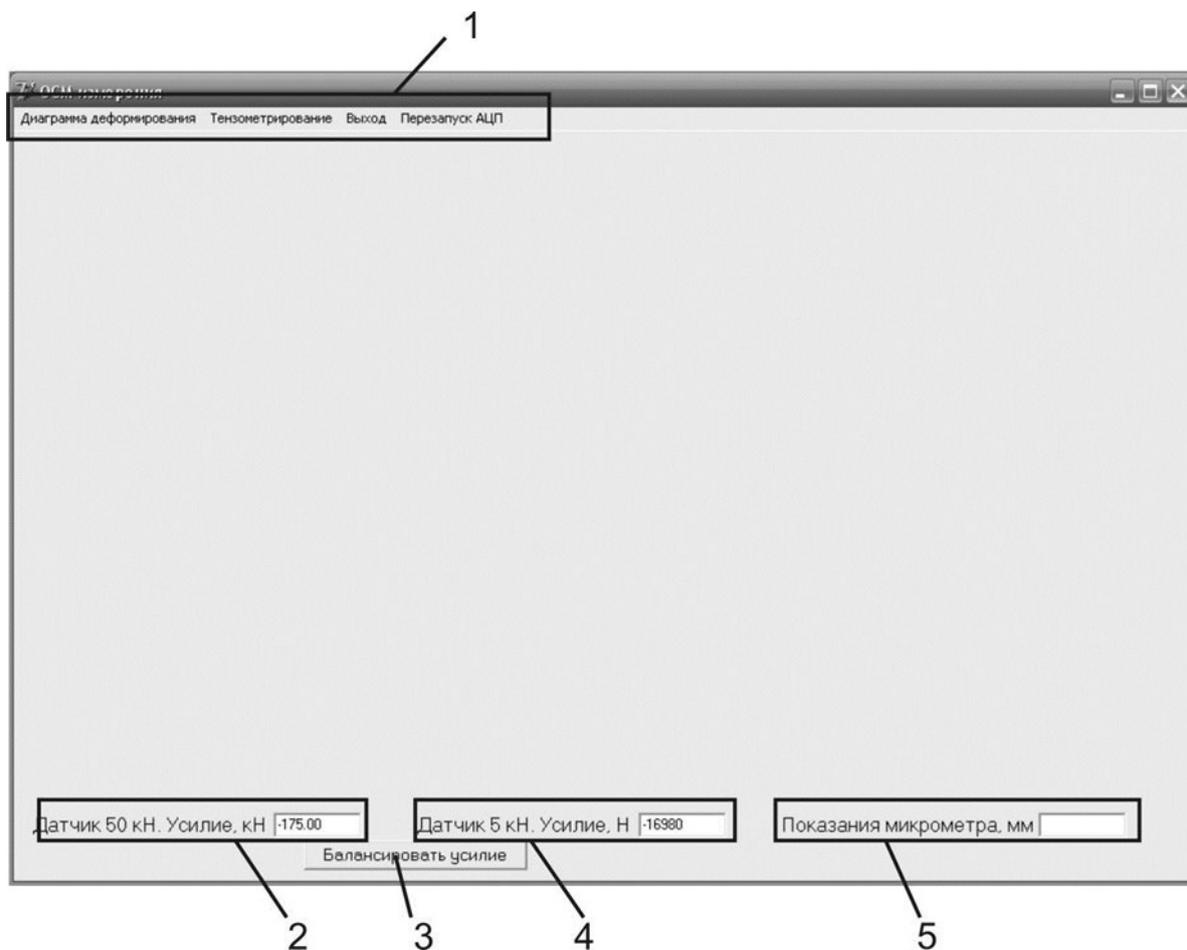


Рис. 52. Диалоговое окно программы при запуске

измерения силы. В зоне 5 отображается текущее значение показаний микрометрического индикатора с выходом для подключения к ПЭВМ (далее по тексту – микрометр с цифровым выходом) в случае, если он подключен к измерительно-преобразовательному блоку.

### **Пункт меню «Диаграмма деформирования»**

После выбора данного пункта меню на экране появляется окно, показанное на рис. 53. В зоне 1 расположено графическое поле, на котором отображаются собираемые в ходе испытаний данные. Под графическим полем размещены кнопки, позволяющие сохранить графическую информацию как рисунок или сохранить данные, по которым построен график, как текстовый файл.

В зоне 2 расположен флажок выбора типа сбора данных. При установленном флажке в ходе испытаний текущая точка добавляется на диаграмму только в том случае, если её перемещение больше, чем у предыдущей добавленной точки (рекомендуется и установлено по умолчанию). Если флажок 2 убран, то точки на диаграмму добавляются с постоянным шагом по времени, примерно 3 раза в секунду.

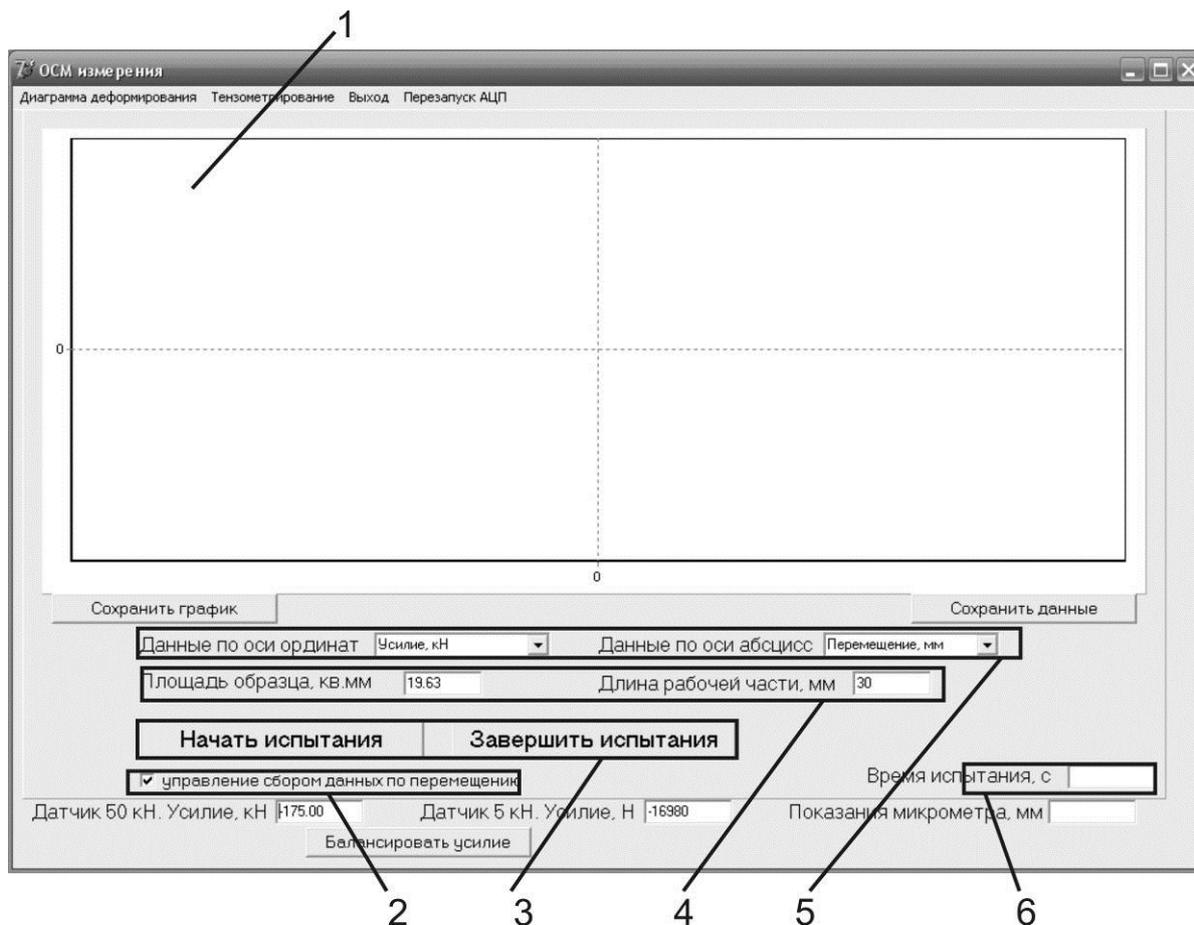


Рис. 53. Диалоговое окно «Диаграммы деформирования»

В зоне 3 расположены кнопки управления сбором данных в процессе испытания. При нажатии на кнопку «Начать испытания» начинается сбор данных. При нажатии на кнопку «Завершить испытания» сбор данных прекращается.

В зоне 4 расположены текстовые поля для ввода геометрических характеристик испытываемых образцов.

В зоне 5 расположены поля для выбора выводимых на диаграмму параметров процесса испытания. В ходе сбора данных менять выбранные параметры нельзя. После завершения сбора данных можно изменить выбранные параметры, диаграмма при этом будет перестроена в новых координатах.

В зоне 6 расположено текстовое поле, в котором отображается текущее время от начала сбора данных.

### Пункт меню «Тензометрирование»

После выбора данного пункта меню на экране появляется окно, показанное на рис. 54. В зоне 1 расположено графическое поле, на котором в режиме реального времени отображаются показания тензорезисторов.

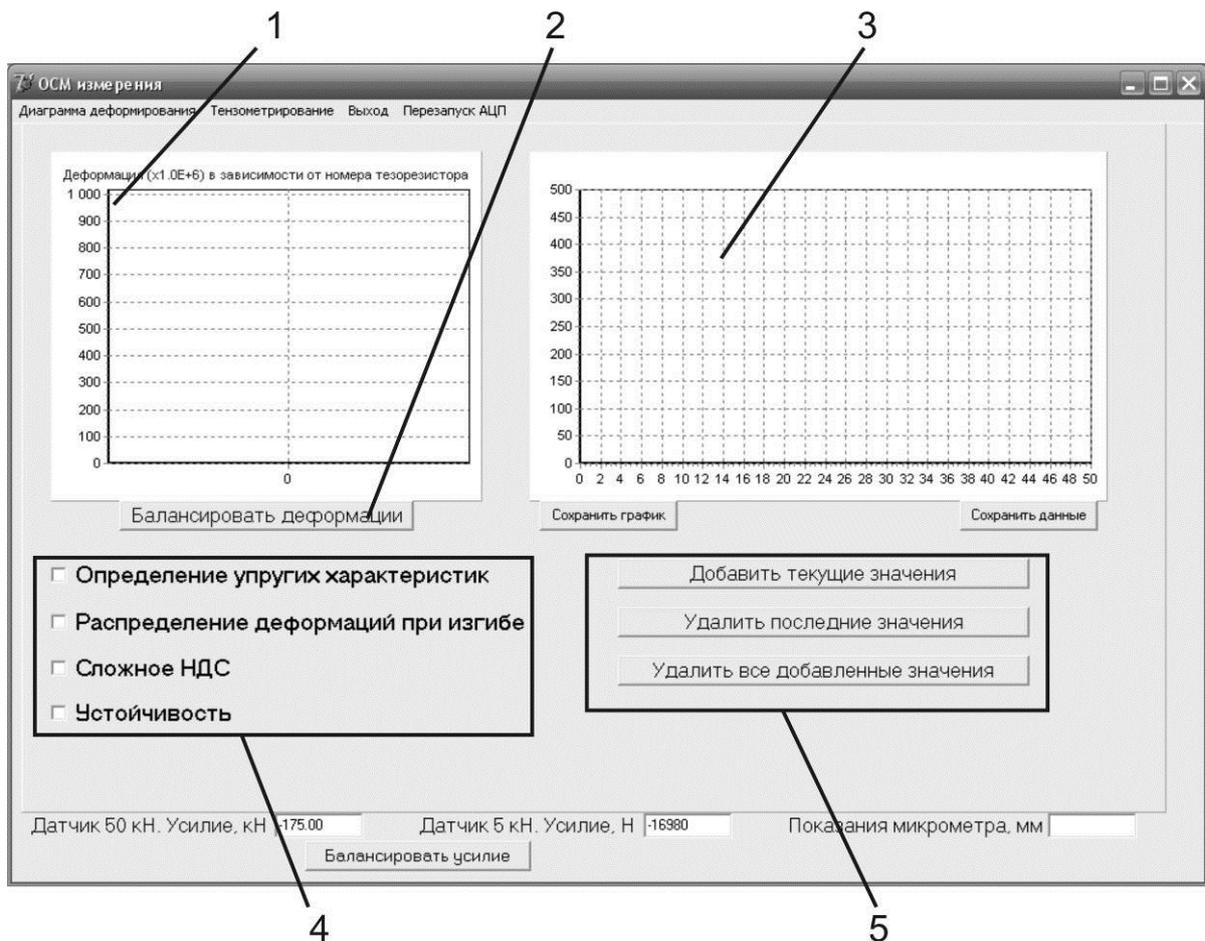


Рис. 54. Диалоговое окно «Тензометрирование»

В зоне 2 расположена кнопка балансировки текущих показаний тензорезисторов (установка на нуль).

В зоне 3 расположено графическое поле, на которое можно добавлять текущие значения усилия и показания тензорезисторов. Под графическим полем размещены кнопки, позволяющие сохранить графическую информацию как рисунок или данные, по которым построен график, как текстовый файл. Добавление текущих значений на поле 3 осуществляется кнопкой «Добавить текущие значения», расположенной в зоне 5. Удалить последние добавленные значения можно кнопкой «Удалить последние значения». Кнопка «Удалить все собранные значения» удаляет все собранные данные.

В зоне 4 расположены флажки выбора типа испытания.

### Пункт меню «Выход»

Для выхода из программы нужно выбрать пункт верхнего меню «Выход», при этом появится запрос на подтверждение выхода из программы. В случае если нужно выйти, следует нажать кнопку «ОК», в противном случае – кнопку «Отмена».

## Пункт меню «Перезапуск АЦП»

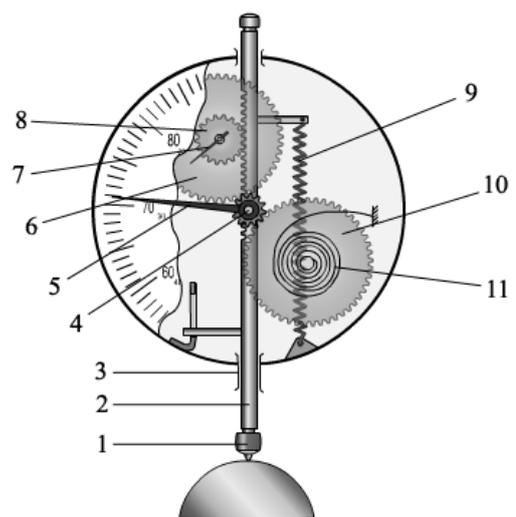
Данный пункт меню позволяет произвести остановку и запуск платы аналого-цифрового преобразователя. Остановка и запуск платы не требуется при штатном режиме работы программы. Однако в связи с тем, что работа платы требует постоянного получения программой данных от нее, в случаях, когда операционная система выполняет параллельную задачу (например, при запуске другой программы и т. д.) может происходить рассинхронизация программы и платы. Последствиями такой рассинхронизации является несоответствие данных, получаемых программой с датчиков, и данных, отображаемых преобразователями датчиков. Если показания датчиков по программе и по вторичным преобразователям, установленным на стенде, не совпадают, следует произвести остановку и запуск АЦП.

## Стрелочный индикатор

Стрелочный индикатор часового типа (рис. 55) предназначен для измерения линейных перемещений. При измерениях индикатор закрепляется в неподвижной стойке и наконечником 1 измерительного стержня-рейки 2 опирается на поверхность, перемещение которой требуется измерить. К этой поверхности штифт постоянно прижимается пружиной 9. Перемещение стержня-рейки посредством реечной шестерни 8, а также шестерен 4, 6 и 10 вызывает поворот большой 5 и малой 7 стрелок. Цена деления циферблата большой стрелки обычно 0,01 мм (существуют также индикаторы часового типа, имеющие цену деления большой стрелки 0,002 и 0,001 мм), а её полный оборот соответствует 1 мм. Число полных оборотов большой стрелки фиксируется малой стрелкой 7. Гильза 3 служит направляющей для измерительного стержня-рейки 2, спиральная пружина 11 устраняет зазоры в зубчатых передачах.



а)



б)

Рис. 55. Стрелочный индикатор: а – внешний вид; б – схема устройства

## Электронный индикатор



Рис. 56. Электронный индикатор

Сравнительно недавно начали выпускать электронные индикаторы, оснащенные, как правило, инкрементными преобразователями (рис. 56). Достоинство электронных индикаторов состоит в том, что они имеют цифровой отсчет и большие диапазоны измерения. Цифровой отсчет чрезвычайно удобен по сравнению с отсчетом по двум аналоговым шкалам механических индикаторов часового типа. В отличие от механического электронный индикатор не требует настройки на ноль с помощью концевых мер длины. Его настройка на ноль производится нажатием кнопки «ноль» в любом месте диапазона измерения. В электронных индикаторах применяют бесконтактные преобразователи (емкостные, индуктивные, фотоэлектрические). Электронные индикаторы выпускают по международному стандарту ISO 463:2006 с учетом требований стандарта ISO 14978:2006.

Электронные индикаторы выпускают трех типов:

- с инкрементными емкостными или индуктивными преобразователями сигнала;
- с инкрементными фотоэлектрическими преобразователями;
- с индуктивными преобразователями.

Инкрементные преобразователи измеряют приращение измеряемой координаты при перемещении измерителя (отсюда и их название, *increment* – приращение). Подобные преобразователи благодаря возможности интерполирования результатов измерения относительно периода шкалы измерителя обладают высокой разрешающей способностью. Инкрементные емкостные преобразователи выгодно отличаются небольшой мощностью, потребляемой для считывания информации со шкалы. Поэтому емкостные преобразователи наиболее удобны для применения в измерительных системах с жесткими ограничениями на потребляемую мощность (штангенциркули, микрометры, индикаторы).

Особенность инкрементных преобразователей в том, что их собственная погрешность практически не зависит от диапазона измерений, а зависит от дискретности линейки (ширины электродов) и качества их изготовления.

Выпускается большое количество моделей электронных индикаторов с инкрементными емкостными преобразователями:

- с диапазоном измерения 5, 10, 12,5, 25, 30, 50, 100 и 150 мм;
- с измерительным усилием от 0,7 до 2,2 Н.

Достоинством электронных индикаторов с инкрементными емкостными преобразователями является простая технологичная конструкция, сравнительно низкая цена и вполне удовлетворительные метрологические характеристики. Электронный индикатор настолько удобен в эксплуатации, что в ближайшем будущем он постепенно вытеснит стрелочный механический.

### Основы электротензометрии

Наряду с совершенствованием механических и оптических средств измерения деформаций в настоящее время широко используются электрические тензометры. В электрических тензометрах различают две основные части: датчик (преобразователь), с помощью которого деформация детали преобразуется в изменение какой либо электрической величины (омического сопротивления, емкости, индуктивности), и измерительное (регистрирующее) устройство. Датчик устанавливается на исследуемом объекте, а измерительное устройство (прибор) расположено обычно на некотором удалении и соединено с датчиком проводами.

Наиболее распространённым преобразователем для измерения деформаций является проволочный датчик сопротивления (тензорезистор). Принцип работы тензорезистора основан на изменении омического сопротивления проволоки при её растяжении или сжатии.

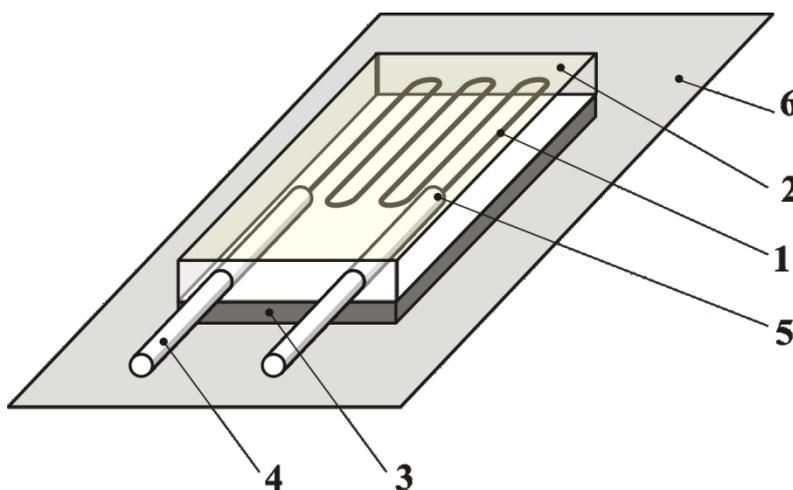


Рис. 57. Структура тензорезистора

Тензорезистор имеет решетку 1 (рис. 57), которая представляет собой тонкую (диаметром 0,02...0,03 мм), обычно константановую или нихромовую проволоку, уложенную параллельными петлями. Концы решетки припаиваются к более толстым проводам 4 и 5, к которым крепятся

провода, соединяющие тензорезистор с измерительным устройством. Длина решетки 1 называется базой. Наибольшее распространение получили тензорезисторы с базой от 3 до 40 мм. Решетка тензорезистора наклеивает-

ся на тонкую бумагу 3 специальным клеем и покрывается сверху такой же бумагой 2.

Тензорезисторы могут также изготавливаться из константановой фольги толщиной 0,005...0,015 мм методом фототравления. База фольговых тензорезисторов может быть в пределах от 1,5 до 20 мм.

Тензорезистор специальным клеем (БФ-2, БФ-4, «Циакрин» и др.) наклеивается на поверхность исследуемой детали 6 (см. рис. 57) так, чтобы база тензорезистора совпадала с направлением, в котором требуется измерить деформацию объекта. Известно, что относительное изменение сопротивления тензорезистора  $\Delta R/R$  пропорционально его деформации и выражается зависимостью:

$$\Delta R/R = S_T \varepsilon_x + S_{\text{поп}} \varepsilon_y,$$

где  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  – деформации тензорезистора в направлении его продольной и поперечной осей соответственно;  $S_T$  и  $S_{\text{поп}}$  – коэффициенты продольной и поперечной чувствительности тензорезистора.

Для проволочных тензорезисторов с базой  $l \geq 5$  мм величина коэффициента  $S_{\text{поп}} \ll S_T$ , и для таких тензорезисторов можно принять:

$$\Delta R/R = S_T \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  – деформация тензорезистора в направлении его продольной оси.

Коэффициент тензочувствительности  $S_T$  определяется из опыта путем тарировки; для тензорезисторов из константана  $S_T = 1,8...2,2$ .

Таким образом, определение деформаций детали с помощью тензорезисторов сводится к измерению изменения их сопротивления. В практике тензометрирования наибольшее распространение получила мостовая схема включения тензорезистора (рис. 58), которая позволяет регистрировать

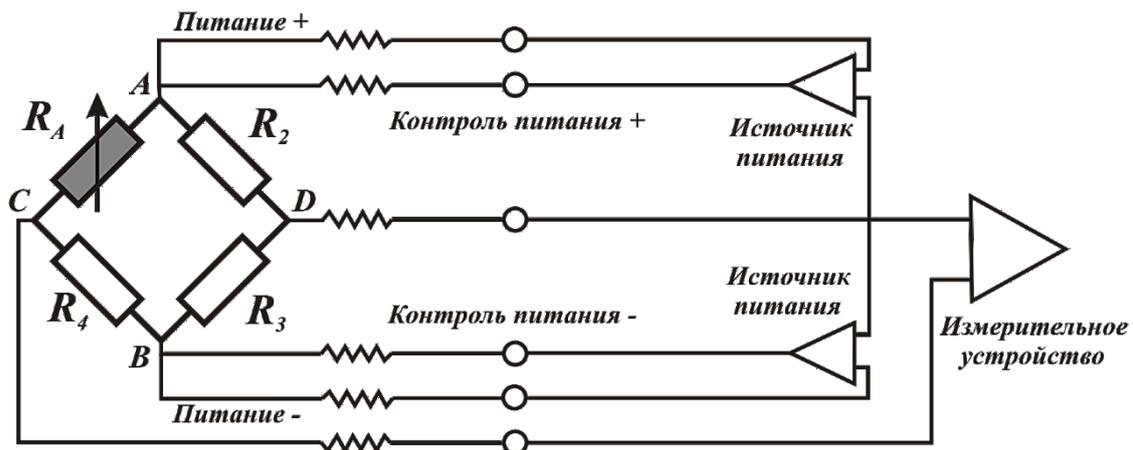


Рис. 58. Мостовая схема включения тензорезисторов

весьма малые изменения сопротивления по изменению величины тока в измерительной диагонали моста. В зависимости от условий проведения

измерений используются схемы включения с одним, с двумя (полумост) и четырьмя (полный мост) активными тензорезисторами.

Рассмотрим работу мостовой схемы с одним активным тензорезистором (см. рис. 58). На рисунке  $R_A$  – сопротивление тензорезистора, воспринимающего деформацию;  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_4$  – постоянные сопротивления. К одной из диагоналей моста (АВ) подведено напряжение от источника питания, контролируемое с помощью вольтметра. К другой диагонали (СД) подключено измерительное устройство (например, гальванометр). Условием отсутствия тока в измерительной диагонали (условием баланса моста) является равенство:

$$R_A R_3 = R_2 R_4.$$

Обычно все сопротивления  $R_A$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и  $R_4$  подбирают одинаковыми. Если вследствие деформации сопротивление наклеенного на деталь тензорезистора изменится на величину  $\Delta R_A$ , условие баланса моста нарушится, и через его измерительную диагональ потечет ток, который будет зарегистрирован измерительным устройством. Величина этого тока прямо пропорциональна относительному изменению сопротивления тензорезистора  $\Delta R_A/R_A$ , а, следовательно, и деформации детали. Определив деформацию:

$$\varepsilon = \frac{\Delta R_A}{R_A S_T},$$

затем можно определить и нормальное напряжение  $\sigma$  в детали.

Например, в случае одноосного растяжения или сжатия

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где  $E$  – модуль упругости при растяжении материала детали.

Сопротивление тензорезистора может изменяться не только в связи с деформацией детали, вызванной механическими нагрузками, но и из-за изменения температуры. Для исключения влияния температуры на показания измерительного прибора применяют температурную компенсацию. Она осуществляется путем включения в качестве сопротивления  $R_2$  (см. рис. 58) компенсационного тензорезистора, который представляет собой такой же тензорезистор, как и активный. Этот тензорезистор наклеивается на пластинку из того же материала, что и деталь, и располагается рядом с активным тензорезистором. Таким образом, температурные изменения сопротивлений компенсационного и активного тензорезисторов будут всегда одинаковыми, а так как эти тензорезисторы включены в смежные плечи измерительного моста, то при одинаковом изменении их сопротивления баланс моста не нарушается.

Изменение сопротивления активного тензорезистора можно определить двумя методами: методом непосредственного измерения и нулевым методом. В методе непосредственного измерения об изменении сопротивления активного тензорезистора судят по изменению показаний измерительного

устройства (см. рис. 58). Этот метод может быть использован как при статических, так и при динамических измерениях деформаций.

Нулевой метод позволяет измерять изменение сопротивления активного тензорезистора с высокой точностью, но так как он требует выполнения операции балансировки, его можно использовать лишь при проведении статических измерений.

Для измерения деформаций методом тензометрии выпускаются специальные приборы, называемые тензоусилителями, тензостанциями или измерителями деформации. В лаборатории кафедры «Прикладная механика, динамика и прочность машин» при проведении работ по курсу «Сопротивление материалов» применяется современная измерительная система LTR (фирмы L-Card). Крейтовая система LTR предназначена для проведения многоканальных измерений с использованием разнообразных типов датчиков и преобразования аналоговых сигналов в цифровую форму и передачи преобразованной информации на персональный компьютер. Блок-схема преобразования измеряемой деформации представлена на рис. 59.

Модуль LTR212 предназначен для использования в задачах прецизионной тензометрии. Он может быть использован при различных вариантах подключения мостовых и полумостовых схем измерения с использованием тензодатчиков сопротивлением от 100 до 1000 Ом при проведении как статических, так и динамических измерений.



Рис. 59. Блок-схема сбора и обработки измерительной информации при выполнении лабораторных работ по курсу «Сопротивление материалов»

### Вопросы для самопроверки

1. Что представляет собой тензорезистор?
2. Как определяется деформация с помощью тензорезисторов?
3. Как собирается уравновешенный мост сопротивлений? Каково условие равновесия моста?
4. Как осуществляется температурная компенсация тензорезисторов?
5. В чём заключается метод непосредственного измерения, в каких случаях он может применяться?

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов: учеб. для вузов / В.И. Феодосьев. – 10-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. – 592 с. (Сер. Механика в техническом университете; Т.2).
2. Сопротивление материалов / под ред. акад. АН УССР Г.С. Писаренко, – 5-е изд., перераб. и доп. – Киев: Вища школа, 1986. – 775 с.
3. Александров, А.В. Сопротивление материалов: учеб. для вузов / А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин. – 2-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2001. – 560 с.
4. Жернаков, В.С. Лабораторный практикум по дисциплине «Сопротивление материалов» / В.С. Жернаков, А.Н. Ермоленко; Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. – Уфа: УГАТУ, 2010. – 123 с.
5. Лабораторные работы по курсу сопротивления материалов: метод. указания / Казан. нац. исслед. технол. ун-т; сост.: А.Х. Валиуллин, М.Н. Серазутдинов, С.Г. Сидорин, Ф.С. Хайруллин. - Казань, 2011. – 64 с.
6. Афанасьев, А.М. Лабораторный практикум по сопротивлению материалов / А.М. Афанасьев, В.А. Марьин. – М.: Наука, 1975. – 288 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
РАЗДЕЛ 1. МЕХАНИЧЕСКИЕ ИСПЫТАНИЯ МАТЕРИАЛОВ.....	4
Работа 1. ИСПЫТАНИЕ НА РАСТЯЖЕНИЕ.....	6
Работа 2. ИСПЫТАНИЕ НА СЖАТИЕ.....	14
Работа 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛА ПРИ РАСТЯЖЕНИИ.....	18
Работа 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА.....	23
Работа 5. ИСПЫТАНИЕ НА СКРУЧИВАНИЕ ДО РАЗРУШЕНИЯ.....	25
Работа 6. ИСПЫТАНИЕ НА СРЕЗ.....	28
Работа 7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТВЁРДОСТИ.....	30
Работа 8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДАРНОЙ ВЯЗКОСТИ.....	37
РАЗДЕЛ 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ.....	41
Работа 9. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ.....	41
Работа 10. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ИЗГИБЕ БАЛКИ.....	44
Работа 11. ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ.....	49
Работа 12. НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ВНЕЦЕНТРЕННОМ СЖАТИИ ИЛИ РАСТЯЖЕНИИ СТЕРЖНЯ БОЛЬШОЙ ЖЁСТКОСТИ.....	51
Работа 13. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРА ИЗГИБА ТОНКОСТЕННОГО НЕЗАМКНУТОГО ПРОФИЛЯ.....	54
Работа 14. ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ В ТОНКОСТЕННОЙ ТРУБЕ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ.....	58
Работа 15. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ ИЗГИБЕ БАЛКИ. ИЛЛЮСТРАЦИЯ ТЕОРЕМЫ О ВЗАИМНОСТИ РАБОТ.....	62
Работа 16. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВЕН- НОЙ РАМЕ.....	65
Работа 17. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА РАСЧЁТА СТАТИ- ЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ МЕ- ТОДОМ СИЛ.....	68
Работа 18. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ.....	72
Работа 19. ДЕФОРМАЦИИ ПРИ УДАРЕ.....	75
ПРИЛОЖЕНИЕ	
ИСПЫТАТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ, УСТАНОВКИ И ПРИБОРЫ.	
ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕНЗОМЕТРИИ.....	78
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	92