

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Южно-Уральский государственный университет  
Кафедра теоретической механики и основ проектирования машин

621.01(07)  
Т338

А.В. Ковнацкий, В.А. Пермяков, В.И. Пожбелко,  
А.И. Шагиахметов, Н.Р. Саврасова

## **ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МЕХАНИКА МАШИН**

Учебное пособие к лабораторным работам

Под редакцией В.И. Пожбелко

Челябинск  
Издательский центр ЮУрГУ  
2016

УДК 621.01.001.2(076.5)  
Т338

*Одобрено учебно-методической комиссией  
аэрокосмического факультета*

*Рецензенты:*

*В.А. Жилкин, А.Г. Игнатьев*

**Теория механизмов и механика машин:** учебное пособие к лабораторным работам / А.В. Ковнацкий, В.А. Пермяков, В.И. Пожбелко, А.И. Шагиахметов, Н.Р. Саврасова; под ред. В.И. Пожбелко. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2016. – 82 с.

Настоящее пособие является руководством при выполнении лабораторных работ. Предложенный материал для каждой из лабораторных работ включает основные теоретические положения по изучаемой теме, алгоритм выполнения данной лабораторной работы и вопросы для самоконтроля приобретенных знаний. Данный лабораторный практикум охватывает все основные разделы, включающие расширенное изучение вопросов структурного анализа рычажных механизмов, экспериментального определения приведенного момента инерции при составлении динамической модели исследуемого механизма, кинематический синтез кулачковых механизмов, формирование эвольвентного профиля зуба при нарезании зубчатых колес методом обкатки, кинематический анализ и синтез планетарных механизмов, основные методы статического и динамического уравнивания рычажных механизмов и отдельных вращающихся звеньев.

Выполнение студентами данного лабораторного практикума позволяет закрепить знания, полученные при теоретическом изучении базового университетского курса «Теория механизмов и механика машин».

Пособие предназначено для студентов высших учебных заведений всех форм обучения по дисциплинам общетехнического, естественного и прикладного математического цикла основной образовательной программы бакалавров, специалистов и магистров по направлениям УГС машиностроительных специальностей.

УДК 621.01.001.2(076.5)

© Издательский центр ЮУрГУ, 2016

## Лабораторная работа № 1

### СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ ШАРНИРНО-РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Цель работы: Определить степень подвижности плоского шарнирно-рычажного механизма и установить его класс.

Используемое оборудование: модель плоского шарнирно-рычажного механизма.

#### Теоретическое введение

**Механизмом** называют систему тел (звеньев), предназначенную для преобразования заданного движения одних тел в требуемые движения других тел. Механизм образован звеньями и кинематическими парами.

**Звеном** называют одно или несколько неподвижно соединенных между собой тел, входящих в состав механизма (эти тела движутся как одно целое). В любом механизме подвижные звенья имеют возможность перемещаться относительно одного неподвижного звена, называемого *стойкой*. На схемах механизмов стойка обычно выделяется штриховкой и нумеруется цифрой «ноль».

**Кинематической парой (КП)** называют подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев. Если такое соединение допускает только одно перемещение звеньев друг относительно друга, то КП является *одноподвижной* (аналогично выделяют также *двухподвижные* КП). В состав плоских шарнирно-рычажных механизмов (ШРМ) входят, как правило, одноподвижные *вращательные* и *поступательные* КП.

**Структурной схемой механизма** называют схему, показывающую порядок соединения отдельных звеньев механизма с образованием кинематических пар. Составляя структурную схему по модели механизма, ее можно преобразовать так, чтобы в схеме остались только одноподвижные КП, при

этом получится *замещающая* схема. В данной лабораторной работе нужно получить именно замещающую структурную схему модели ШРМ.

**Степенью подвижности механизма** (обозначается  $W$ ) называют число степеней его свободы относительно стойки. В простейших механизмах степень подвижности равна единице. Это означает, что одному из подвижных звеньев механизма можно сообщить только одно движение по некоторому закону, а остальные звенья при этом будут двигаться вполне определенным образом. В более сложных механизмах степень подвижности может равняться нескольким единицам. Степень подвижности плоского ШРМ можно подсчитать по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2P_V, \quad (1.1)$$

где  $n$  – число подвижных звеньев механизма,  $P_V$  – число кинематических пар 5 класса (одноподвижных).

**Начальными звеньями механизма** называют звенья, закон движения которых задан. В качестве начальных обычно выбирают те звенья, которые образуют одноподвижную кинематическую пару со стойкой. В таком случае число начальных звеньев оказывается равным степени подвижности механизма.

**Механизмом первого класса (механизм I класса)** называют совокупность начального звена и стойки. Механизмы первого класса – это базовые механизмы, входящие в состав любого сложного механизма. Примеры таких механизмов показаны на рисунке 1.1.

**Кинематической цепью** называют связанную систему звеньев, образующих между собой кинематические пары. В составе сложного механизма надо пытаться выделить отдельные сочетания звеньев, обладающие полез-

ными свойствами в плане последующего изучения этого механизма. К таким сочетаниям звеньев (кинематическим цепям) относятся, прежде всего, структурные группы.

**Структурной группой (группой Ассура)** называют кинематическую цепь, степень подвижности которой относительно стойки равна нулю. Каждой структурной группе в зависимости от уровня сложности присваивают определенный класс. Простейшими являются группы II класса пяти различных видов. В состав каждой группы II класса входят два звена и три КП. Примеры структурных групп II класса пяти видов показаны на рис. 1.1. В общем случае в состав любой структурной группы входит четное число звеньев и некоторое число кинематических пар согласно таблице 1.1. Первый столбец этой таблицы соответствует группам II класса.

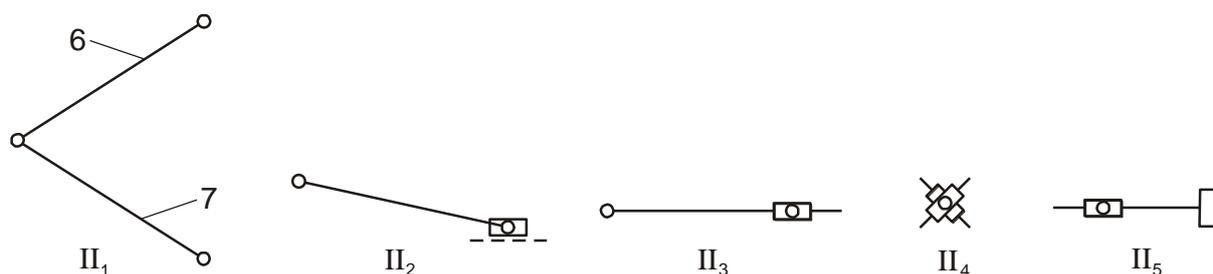


Рис.1.1. Примеры структурных групп II класса пяти видов

Таблица 1.1

$n$	2	4	6	...
$P$	3	6	9	...

**Класс сложных структурных групп** (содержащих четыре, шесть или большее четное число звеньев) определяют по числу *внутренних кинемати-*

ческих пар (то есть по числу кинематических пар, соединяющих звенья данной группы между собой). Пример структурной группы III класса приведен на рисунке 1.2.

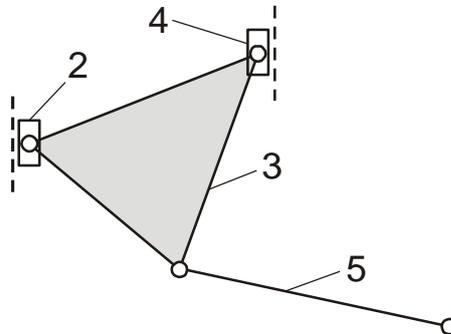


Рис. 1.2. Пример структурной группы III класса

**Структурным анализом механизма** называют разделение его структурной схемы на механизмы I класса и структурные группы с последующей записью формулы строения.

**Формула строения механизма** показывает порядок образования сложного плоского ШРМ из механизмов I класса и структурных групп различных классов.

**Класс сложного ШРМ** определяется наивысшим классом структурной группы, входящей в формулу строения этого механизма.

### Порядок структурного анализа плоского ШРМ

1. По модели механизма зарисовать структурную схему плоского ШРМ (замещающую схему).
2. По формуле (1.1) рассчитать степень подвижности изучаемого механизма  $W$ .
3. Выбрать начальные звенья механизма (их число равно числу  $W$ ) и отделить от схемы соответствующие механизмы I класса.

4. Остальные подвижные звенья (их число должно быть четным) следует разбить на сочетания по двое, четверо и т. д. (см. табл. 1.1), чтобы выделить из структурной схемы механизма отдельные структурные группы. При этом сначала нужно пытаться выделить из схемы структурные группы II класса, а затем – более сложные группы III и IV классов.

5. После отделения от схемы механизма всех структурных групп нужно записать формулу строения механизма и определить по ней его класс.

### Пример структурного анализа плоского ШРМ

1. Структурная схема механизма представлена на рисунке 1.3.

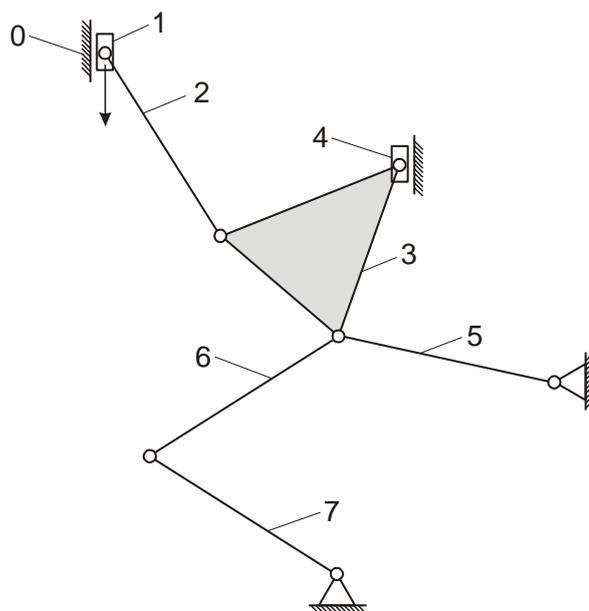


Рис. 1.3. Структурная схема плоского ШРМ

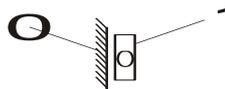
2. Число подвижных звеньев:  $n = 7$ ;

число одноподвижных КП:  $P_V = 10$ ;

степень подвижности механизма:

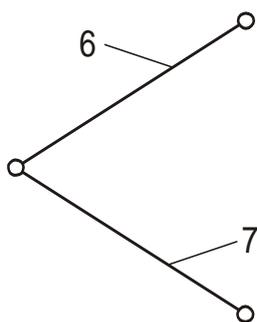
$$W = 3n - 2P_V = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 = 1.$$

3. В качестве начального выбираем звено № 1 и отделяем от схемы механизма один механизм I класса:

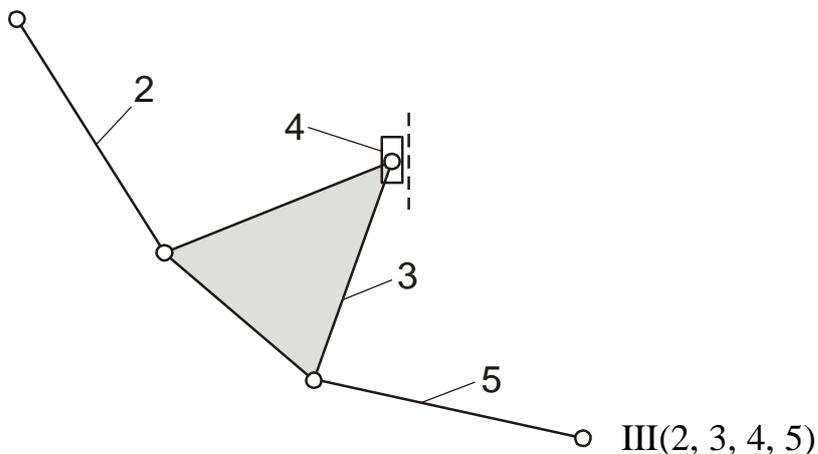


I(0, 1)

4. Последовательно отделяем от схемы механизма сначала структурную группу II класса (2 звена), а затем группу III класса (4 звена):



II<sub>1</sub>(6, 7)



III(2, 3, 4, 5)

5. Записываем формулу строения механизма и определяем по ней ее класс: I(0, 1) – III(2, 3, 4, 5) – II<sub>1</sub>(6, 7);

Вывод: данный механизм является механизмом III класса.

Примечание: в отчет по лабораторной работе следует включать только расчеты и рисунки, представленные в этом примере (для изучаемой модели механизма), а также название работы, ее цель и вывод по работе.

### **Контрольные вопросы**

1. Что называется степенью подвижности механизма?
2. Чему равно число начальных звеньев исследованного механизма?
3. Что называется структурной группой?
4. Какие виды кинематических пар могут входить в состав плоского механизма?
5. Что можно узнать о механизме, глядя на его формулу строения?

## Лабораторная работа № 2

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ ПОДВИЖНОСТИ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ ПО МОДИФИЦИРОВАННОЙ СТРУКТУРНОЙ ФОРМУЛЕ

Цель работы: научиться определять степень подвижности плоского рычажного механизма без подсчета числа кинематических пар.

Используемое оборудование: модели шарнирно-рычажных механизмов.

#### Общие сведения

Модифицированная структурная формула позволяет найти степень подвижности исследуемого механизма без трудоемкого подсчета числа кинематических пар V класса.

Модифицированная структурная формула для плоских механизмов имеет вид:

$$W = n - 2k + P_{IV}, \quad (2.1)$$

где  $n$  – количество подвижных звеньев (без учета пассивных звеньев);  $k$  – общее количество замкнутых независимых контуров механизма;  $P_{IV}$  – количество кинематических пар IV класса (то есть количество двухподвижных кинематических пар).

Под *замкнутыми контурами механизма* понимают входящие в состав механизма замкнутые многоугольники, сторонами которых являются звенья механизма. Механизмы, применяемые в технике, могут быть *одноконтурными* ( $k = 1$ ) и *многоконтурными* ( $k > 1$ ). Дополнительно все замкнутые контуры механизма подразделяются на *внутренние* (образованы подвижными звеньями между собой) и *внешние* (образованы подвижными звеньями со стойкой). При этом выделяются *независимые контуры механизма* – это

контуры, которые отличаются между собой хотя бы одним звеном или кинематической парой.

Количество внешних независимых замкнутых контуров можно определить по формуле:

$$k_{\text{вн}} = n_0 - 1, \quad (2.2)$$

где  $n_0$  – количество звеньев, образующих кинематические пары со стойкой.

Общее количество замкнутых контуров в структурной схеме любого механизма можно определить по формуле:

$$k = k_{\text{вн}} + k_{\text{вн}} = (n_0 - 1) + k_{\text{вн}}, \quad (2.3)$$

где  $k_{\text{вн}}$  – количество внутренних независимых замкнутых контуров, которое определяется путем осмотра исследуемого механизма (по его структурной схеме).

Использование формул (2.2) и (2.3) можно проследить по рисунку 2.1.

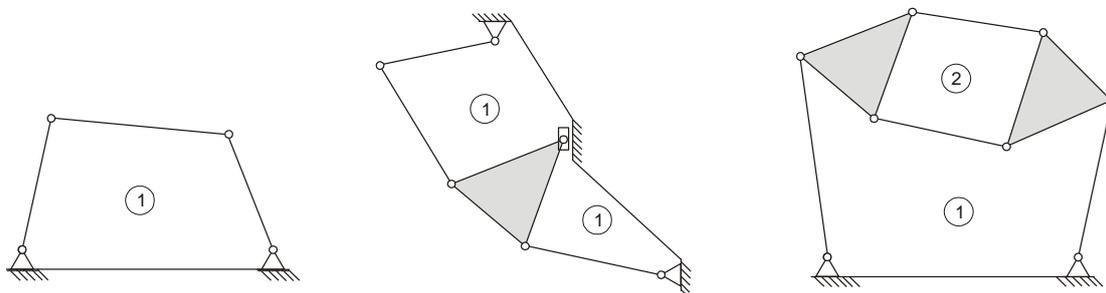


Рис.2.1. Выделение независимых замкнутых контуров в шарнирно-рычажных механизмах: 1 – внешний контур; 2 – внутренний контур

Примечания:

1. Если по модели механизма составлена замещающая структурная схема, в которой присутствуют только кинематические пары V класса (другими словами, неподвижные кинематические пары), то формула (2.1) принимает более простой вид

$$W = n - 2k, \quad (2.4)$$

то есть для расчета степени подвижности механизма из числа его подвижных звеньев нужно отнять удвоенное число независимых замкнутых контуров.

2. Для плоских рычажных механизмов II, III, и IV классов количество входящих в их состав групп Ассур (см. лабораторную работу № 1) разных классов можно также определить по формуле В.И. Пожбелко:

$$N_{II} + 2(N_{III} + N_{IV}) = k, \quad (2.5)$$

где  $N_{II}$ ,  $N_{III}$ ,  $N_{IV}$  – количество групп Ассур II, III, IV классов соответственно.

3. Для общей проверки результатов структурного анализа обеих лабораторных работ (№ 1 и № 2) можно использовать второе проверочное уравнение:

$$k = p - n, \quad (2.6)$$

где  $p$ ,  $n$  – соответственно общее число кинематических пар и подвижных звеньев, определенное в лабораторной работе № 1.

### **Порядок выполнения работы**

1. По модели шарнирно-рычажного механизма составить замещающую структурную схему, подсчитать количество подвижных звеньев  $n$  и количество независимых контуров механизма  $k$ , используя формулы (2.2) и (2.3).

2. Используя результаты лабораторной работы № 1, проверить правильность подсчета количества независимых контуров по формулам (2.5) и (2.6).

3. По формуле (2.4) рассчитать степень подвижности исследуемого механизма  $W$ .

4. Сверить расчет степени подвижности  $W$  с результатами лабораторной работы № 1.

5. Сделать вывод по проделанной работе.

*Примечание.* Если лабораторная работа № 1 предварительно не выполнялась, то пункты 2 и 4 пропускаются.

Пример расчета  $W$  по формуле (2.1)

Структурная схема исследуемого плоского рычажного механизма показана на рисунке 2.2. На схеме условно выделены и пронумерованы замкнутые контуры механизма.

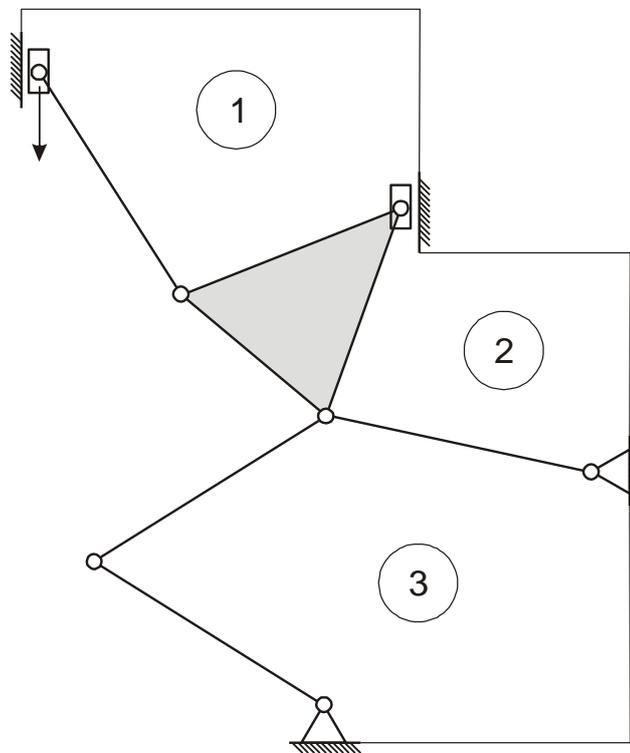


Рис. 2.2. Структурная схема плоского механизма с отмеченными замкнутыми контурами

Расчет степени подвижности механизма проводится следующим образом:

1. В исследуемом механизме число подвижных звеньев  $n = 7$  (см. лаб. раб. № 1).

2. По структурной схеме механизма видно, что его звенья образуют три внешних замкнутых контура ( $k = 3$ ).

3. Звенья исследуемого механизма образуют только одноподвижные кинематические пары V класса, следовательно, кинематические пары IV класса отсутствуют ( $P_{IV} = 0$ ). Благодаря этому можно использовать упрощенный вариант формулы 2.1 – формулу 2.4.

По формуле (2.4) степень подвижности исследуемого плоского механизма  $W = 7 - 2 \cdot 3 = 1$ .

## Лабораторная работа № 3

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИВЕДЕННОГО МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МЕХАНИЗМА

Цель работы: экспериментальное определение приведенного момента инерции механизма в функции положения звена приведения.

Исходные данные: Экспериментальное определение приведенного момента инерции механизмов проводится на лабораторных установках ТММ 46/ $N$ , где  $N$  индекс схем исследуемого механизма:  $N = 1$  – кривошипно-коромысловый механизм,  $N = 2$  – кривошипно-кулисный механизм,  $N = 3$  – кривошипно-ползунный механизм.

#### Общие сведения

Замена масс и моментов инерции подвижных звеньев механизма приведенным моментом инерции звена приведения производится из условия обеспечения равенства мгновенных значений их кинематических энергий.

Полная кинетическая энергия механизма равно сумме кинетических энергий всех его подвижных звеньев и по определению может быть выражена через кинетическую энергию звена приведения:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [m_i V_{Si}^2 + I_{Si} \omega_i^2] = \frac{1}{2} I_{\text{пр}} \omega^2 \quad (3.1)$$

где  $n$  – число звеньев;  $m_i, I_{Si}, V_{Si}, \omega_i$  – соответственно масса, момент инерции относительно центра масс, скорость центра масс и угловая скорость  $i$ -го звена;  $I_{\text{пр}}, \omega$  – момент инерции относительно оси вращения и угловая скорость звена приведения.

Из уравнения (3.1) получаем выражение приведенного момента инерции механизма:

$$I_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^n \left[ m_i \left( \frac{V_{Si}}{\omega} \right)^2 + I_{Si} \left( \frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right] \quad (3.2)$$

Приведенный момент инерции механизма есть условная расчетная величина момента инерции тела, вращающегося совместно со звеном приведения, кинетическая энергия которого в каждом рассматриваемом положении равна кинетической энергии всего механизма.

Отношения  $\frac{V_{Si}}{\omega}$  и  $\frac{\omega_i}{\omega}$  представляют собой передаточные функции механизма, зависящие только от его положения. Следовательно, приведенный момент инерции является функцией лишь положения механизма. Это позволяет выполнять приведение масс без знания действительного закона движения звеньев, а уже затем пользоваться найденной величиной для определения закона движения механизма.

Приведенный момент инерции механизма может быть найден расчетным путем, а также экспериментально без расчета масс и моментов инерции его звеньев и исследования структуры и кинематики рассматриваемого механизма.

Экспериментальный метод исходит из условия динамической эквивалентности реального механизма (рис. 3.1) и динамической модели, т.е. из идентичности законов их движений.

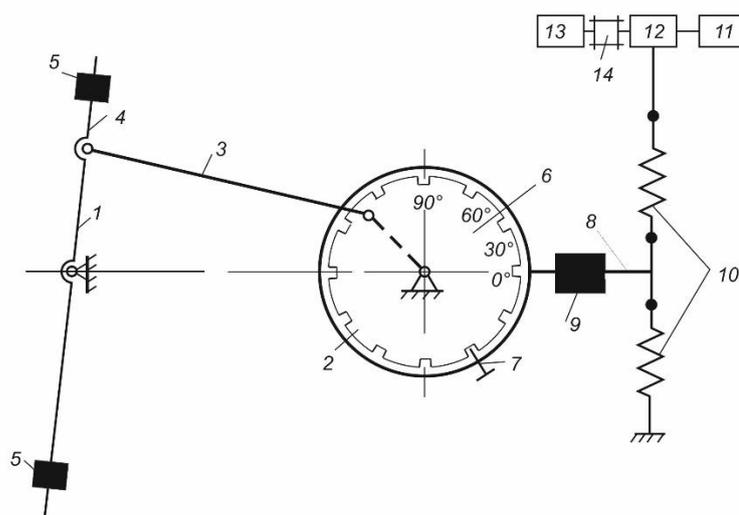


Рис. 3.1. Схема механизма

Сущность метода заключается в том, что исследуемый механизм, раскачиваемый периодической силой регулируемой частоты, доводится до резонанса, т.е до совпадения собственной частоты колебания механизма с частотой возмущающей силы:

$$K = \omega, \quad (3.3)$$

где  $\omega$  – угловая частота возмущающей силы;  $K$  – собственная частота колебаний исследуемой системы.

Амплитуда колебаний при резонансе резко возрастает и становится максимальной.

На рисунке 3.2 представлена расчетная динамическая схема исследуемого механизма, представляющая собой колебательный контур с одной степенью свободы, включающий упругий элемент с жесткостью  $C$  и тело с моментом инерции  $I_{пр}$ .

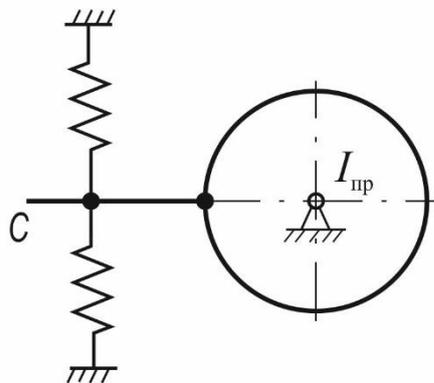


Рис. 3.2. Схема динамической модели

Собственная круговая частота колебаний определяется из выражения

$$K^2 = \frac{C}{I_{пр}} \quad (3.4)$$

где  $C$  - угловая жесткость упругого элемента, Н·м.

Круговая частота возмущающей силы равна угловой скорости вращения вала возбудителя:

$$\omega = \frac{\pi n}{30}, \quad \text{с}^{-1} \quad (3.5)$$

здесь  $n$  – число оборотов вала возбудителя, об\мин.

Доводя систему до резонанса (3.3), по частоте возмущающей силы (3.5) и собственной частоте системы (3.4) находим момент инерции колеблющегося тела.

$$I_{\text{пр}} = \frac{C}{\omega^2} = \frac{C \cdot 30^2}{\pi^2 n^2} = 91,3 \frac{C}{n^2}, \quad (\text{кг} \cdot \text{м}^2) \quad (3.6)$$

### **Описание конструкции лабораторной установки**

Лабораторная установка (см. рис.3.1) состоит из основания, с расположенными на нем: в левой части – исследуемым (рассматривается как пример кривошипно-коромысловый) механизмом и в правой – устройством для получения резонанса.

Кривошипно-коромысловый механизм состоит из коромысла 1 и кривошипного узла 2, соединённых с помощью шатуна 3. На кривошипе закреплён маятник 8 с грузом 9.

Кривошипный узел 2 с маятником 8 и закреплённым на нем грузом 9 принимается за звено приведения.

Коромысло и кривошипный узел имеют шарикоподшипниковые опоры, закреплённые на основании. Коромысло имеет штангу 4 с симметрично расположенными грузами 5.

*Примечание.* Грузы 9 и 5 предназначены для изменения соответственно моментов инерции маятников 8 и коромысла 1 и создания многовариантности лабораторных работ.

Кривошипный узел имеет лимб 6 и стопор 7 для установки механизма в 12 различных положений через каждые 30°.

Свободный конец маятника 8 пружинами 10 определенной жесткости соединен с устройством для получения резонанса.

Устройство для получения резонанса состоит из электродвигателя 11, приводящего во вращение эксцентрик специального четырехзвенного механизма 12, коромысло которого соединено с одной из пружин маятника.

При вращении электродвигателя пружина получает от коромысла импульсы, которые передаются маятником на механизм. Регулируя обороты электродвигателя, можно, меняя частоту возмущающих импульсов (возмущающей силы), добиться резонанса системы.

Для определения резонансных оборотов устройство снабжено тахогенератором 13 и микроамперметром. Тахогенератор, соединенный муфтой 14 с валом электродвигателя, даёт ток на микроамперметр, шкала которого протарирована в оборотах в минуту. Регулирование оборотов электродвигателя осуществляется переменным сопротивлением рукояткой.

Для включения установки имеется тумблер и контрольная лампочка.

### **Основные технические данные установки**

Привод – электродвигатель, напряжения сети 220В, мощность 24 Вт, число оборотов 3500...5000 Об\мин.

Жёсткость упругого элемента	123 Н·м
Масса добавочного груза на маятнике	0,5 кг
Цена деления шкалы на маятнике	0,01 м
Масса добавочных грузов на коромысле	1,0 кг + 1,0 кг
Цена деления шкалы на штанге коромысла	0,005 м
Цена деления лимба кривошипного узла	30 °
Цена деления шкалы микроамперметра	50 об\мин

## Порядок выполнения работы

1. Подключить установку к сети.
2. Установить груз 5 на коромысле 1 и груз 9 на маятнике 8 в положениях, указанных в задании.
3. Установить стопор 7 в положении  $0^\circ$  на шкале лимба 6.
4. Включить установку тумблера.
5. Изменяя обороты приводного двигателя надбавочным сопротивлением, вывести систему на резонансный режим. Максимум размаха колебаний маятника 8 определяется визуально.
6. На шкале микроамперметра определить резонансные обороты и занести их значения в таблицу результатов эксперимента.
7. Включить установку и установить стопор 7 на шкале лимба 6 в следующее (через  $30^\circ$  положений).
8. Повторять пункты 4-7 через каждые  $30^\circ$  до поворота кривошипа на угол  $360^\circ$ .
9. По полученным значениям резонансных оборотов рассчитать частоту собственных колебаний

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = K, \quad (\text{с}^{-1})$$

и приведенный момент инерции механизма

$$I_{\text{пр}} = 91,3 \frac{C}{n^2}, \quad (\text{кг} \cdot \text{м}^2)$$

Расчетные данные для каждого рассматриваемого положения занести в таблицу.

10. По результатам эксперимента построить график изменения приведенного момента инерции механизма  $I_{\text{пр}}$  в функции положения звена приведения ( кривошипного узла с маятником )  $\phi$ .

φ	Показания миллиамперметра			Среднее значение	n	T	$m_{\text{п}}$	$I_{\text{п}}$
	1	2	3					
град					об/мин	с	кг	кг·м <sup>2</sup>
0								
30								
60								
90								
120								
150								
180								
210								
240								
270								
300								
330								

### Контрольные вопросы

1. С какой целью вводятся понятия «приведенная масса», «приведенный момент инерции»
2. Что называется приведенной массой ( $m_{\text{пр}}$ ), приведенным моментом инерции ( $I_{\text{пр}}$ )?
3. Запишите выражение для расчёта кинетической энергии тела во вращательном, поступательном и плоско-параллельном движении ?
4. Какое явление лежит в основе проведения эксперимента?
5. Запишите уравнение Лагранжа 2-го рода.

6. Привести порядок расчета приведенного момента инерции  $I_{пр}$  (приведенной массы  $m_{пр}$ ), определяемых экспериментальным методом.
7. Объясните принцип действия установки и порядок проведения испытаний.
8. Чем характеризуется неравномерность движения ведущего звена механизма?
9. Что такое периодические колебания скорости ведущего звена? Коэффициент неравномерности хода?
10. Перечислите способы снижения неравномерности хода.
11. Запишите формулу для определения момента инерции маховика.
12. Что называется маховиком и его роль в машине?
13. На каком валу машинного агрегата устанавливается маховик?
14. Как определить размер и вес маховика?

## Лабораторная работа № 4

### КИНЕМАТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА

Цель работы: с помощью лабораторной установки построить профиль кулачка, обеспечивающий заданный закон движения толкателя.

#### Краткие теоретические сведения

Кулачковым механизмом называется механизм с высшей кинематической парой, ведущее звено которого выполнено в форме замкнутой криволинейной поверхности и называется кулачком.

Кулачковый механизм применяется в двигателях внутреннего сгорания в газораспределительном механизме, в металлорежущих станках и других машинах для воспроизведения сложной траектории движения рабочих органов и выполнения функции управления, таких как включение и выключение рабочих органов по определённой схеме.

С помощью кулачковых механизмов можно получить практически любой закон движения ведомого звена (ВЗ) при равномерном вращении ведущего звена - кулачка. Наибольшее распространение получили механизмы с вращающимся кулачком и поступательно-движущимся толкателем (рис. 4.1), с вращающимся кулачком и с качающимся коромыслом (рис. 4.2).

При повороте кулачка 1 на угол  $\varphi$  толкатель 3 перемещается на величину  $S$  (коромысло 3 перемещается на угол  $\psi$ ). Контакт ВЗ с кулачком осуществляется при помощи ролика 2.

Закон движения ВЗ в зависимости от положения кулачка можно представить в виде диаграммы перемещения ВЗ. В общем случае эту диаграмму разбивают на 4 части, соответствующие фазам: удаления (У), верхнего выстоя (ВВ), приближения (ПР) и нижнего выстоя (НВ). Фазы характеризуются

ются следующими углами поворота кулачка:  $\varphi_y$ ,  $\varphi_{вв}$ ,  $\varphi_{пр}$  и  $\varphi_{нв}$ . За время поворота на угол  $\varphi_y$  ВЗ удаляется от оси вращения кулачка, в пределах угла  $\varphi_{вв}$  ВЗ неподвижно и находится в позиции ВВ, за период поворота на  $\varphi_{пр}$  ВЗ приближается к оси кулачка и в пределах угла  $\varphi_{нв}$  становится неподвижным и находится в положении НВ.

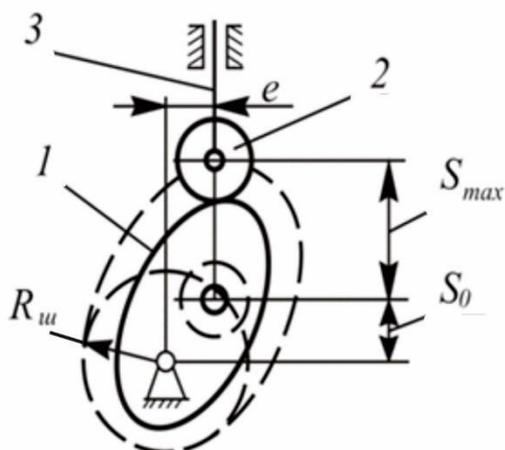


Рис. 4.1. Кулачковый механизм с поступательно-движущимся толкателем:  $e$  – эксцентриситет (расстояние между осью вращения кулачка 1 и толкателем 2,  $e = 0 \div 45$  мм);  $S_0$  – минимальное удаление оси вращения от оси кулачка;  $S_{max}$  – максимальный ход толкателя.

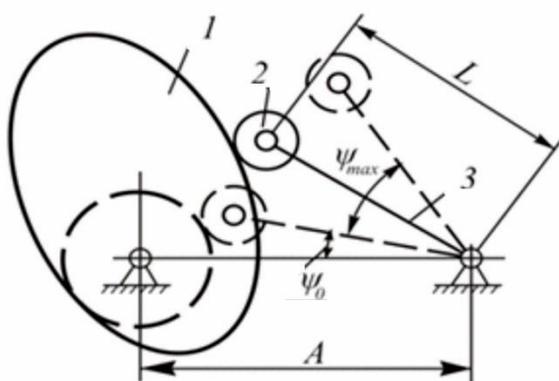


Рис. 4.2. Кулачковый механизм с качающимся коромыслом:  $A$  – расстояние между осью вращения диска 1 (кулачка) и осью вращения коромысла ( $A = 50 \div 120$  мм);  $L$  – длина коромысла ( $L = 45 \div 120$  мм);  $\psi_{max}$  – угол размаха коромысла.

Одной из основных задач проектирования кулачковых механизмов является кинематический синтез профиля кулачка по заданному закону движения ВЗ. Кинематический синтез включает в себя нахождение профиля кулачка по заданному закону перемещения толкателя. Эта задача может быть решена аналитически или графически.

Рассмотрим графический метод построения профиля кулачка с помощью специального прибора ТММ-21, имитирующего вращение кулачка и движение толкателя или коромысла.

### Практическая часть

В левой части корпуса 1 (рис. 4.3) на оси установлен диск 2 с фрикционным устройством 3. На диск для отсчета углов поворота нанесена от 0 до 360° шкала с двумя рядами цифр, напечатанными в обоих направлениях.

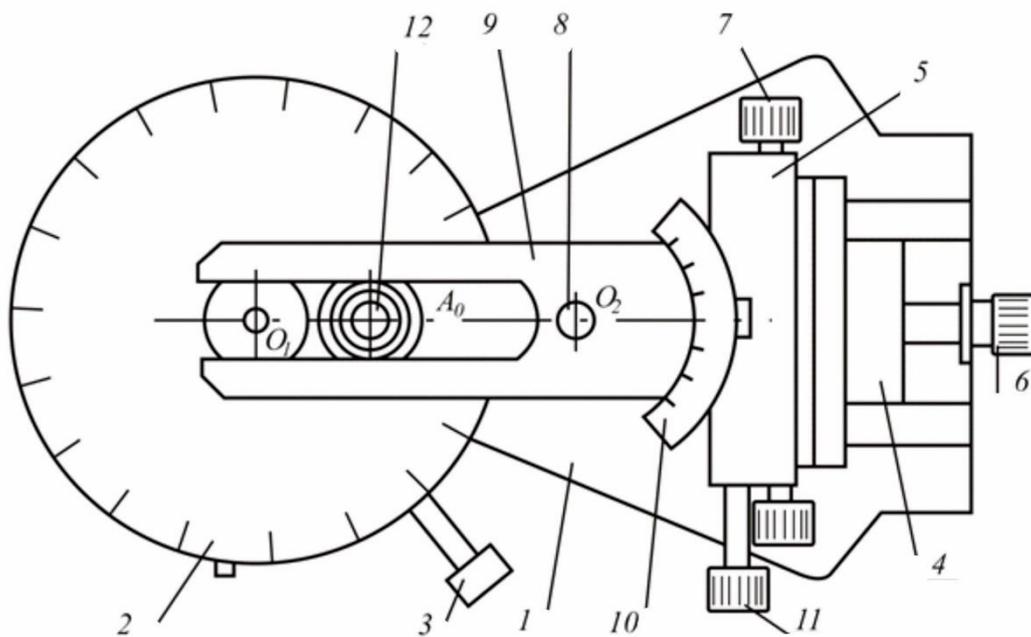


Рис. 4.3. Схема прибора ТММ-21

Диск имеет четыре иглы (одна в центре), на которые наложен бумажный круг, закрепленный съемной шайбой. Вращение диска производится при помощи фрикциона 3 (поворот также может производиться от руки при отключенном фрикционе). В правой части корпуса смонтирован продольный суппорт 4 с поперечной кареткой 5. Суппорт и каретка перемещаются винтами

6 и 7 соответственно. Отсчет перемещений производится по миллиметровым шкалам. На поперечной каретке относительно оси 8 вращается коромысло 9 с градуированным сектором 10. Поворот коромысла осуществляется рукояткой 11. В паз коромысла устанавливают циркульное устройство 12, фиксируемое винтом.

Установка позволяет выполнить два варианта кинематического синтеза профиля кулачка при различных законах движения ВЗ:

- 1) построение профиля кулачка кулачкового механизма (см рис. 4.1) с плоским вращающимся кулачком 1, удаленным от оси толкателя 3 на эксцентриситет  $e$ ;
- 2) построение профиля кулачка кулачкового механизма (см. рис. 4.2) с плоским вращающимся коромыслом.

При профилировании кулачка механизма с толкателем продольный суппорт и поперечная каретка устанавливаются по исходным данным  $e$  и  $S_0$ . Затем по заданному закону рассчитывают величины хода толкателя в зависимости от угла поворота  $\varphi$  кулачка в диапазоне от 0 до  $360^\circ$ , например, через  $\Delta\varphi = 10^\circ$ . Соответствующим перемещением диска и продольной каретки строится профиль кулачка. На бумажном круге циркулем проводятся дуги окружности радиуса ролика, которые обводятся плавной огибающей по внутреннему контуру. Эта замкнутая кривая представляет собой рабочий профиль кулачка, управляющего возвратно-поступательным движением толкателя по заданному закону  $S = S(\varphi)$ .

При профилировании кулачка механизма с коромыслом по заданному закону движения рассчитывают табличные значения углов наклона  $\psi$  в зависимости от угла поворота  $\varphi$  кулачка в диапазоне от 0 до  $360^\circ$ , например, через  $\Delta\varphi = 10^\circ$ . На основе расчетов производится соответствующее перемещение диска и коромысла. На бумажном круге циркулем проводятся окруж-

ности ролика, которые обводятся плавной огибающей по внутреннему контуру. Эта замкнутая кривая представляет собой рабочий профиль кулачка, управляющего вращением коромысла по заданному закону  $\psi = \psi(\varphi)$ .

### **Порядок выполнения работы**

#### *Кинематический синтез профиля кулачка механизма с толкателем*

1. Установить круговой сектор коромысла и диска в положение «0».
2. Установить заданный эксцентриситет  $e$ , перемещая поперечную каретку 5.
3. Зафиксировать исходное положение толкателя, соответствующее цифре 12, перемещая продольный суппорт 4.
4. Составить таблицу расчетных данных  $S$  толкателя на основании заданного закона перемещения толкателя (см. приложение).
5. Соответствующим поворотом диска (от 0 до  $360^\circ$ ) и соответствующим перемещением толкателя построить теоретический и практический профили кулачка.

#### *Кинематический синтез профиля кулачка механизма с коромыслом*

1. Установить заданное межосевое расстояние  $A$  перемещением продольного суппорта 4.
  2. Установить коромысло на исходный угол  $\psi_0$  перемещением поперечной каретки на  $S_{\text{поп}} = 20\text{--}25$  мм.
  3. Составить таблицу расчетных данных угла  $\psi$ , исходя из заданного закона качения коромысла.
  4. Соответствующими дискретными вращениями диска (от 0 до  $360^\circ$ ) и коромысла построить теоретический и практический профили кулачка.
- Варианты синтеза кулачкового механизма приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1

## Исходные данные для синтеза кулачковых механизмов

Вариант	$\varphi_y$	$\varphi_{\text{вв}}$	$\varphi_{\text{пр}}$	С толкателем			С коромыслом			
				$S_0$	$e$	$S_{\text{max}}$	$A$	$L$	$\psi_0$	$\psi_{\text{max}}$
	град			мм			град			
1	90	90	90	30	8	22	75	45	15	30
2	120	60	90	32	8	24	75	45	20	30
3	180	0	180	34	10	26	80	50	20	34
4	90	0	90	36	10	28	80	50	25	34
5	120	120	120	40	12	30	85	45	25	36
6	90	0	180	40	12	30	85	45	20	36
7	180	60	60	30	14	26	90	50	18	40
8	60	60	120	30	16	26	90	50	18	40
9	90	0	180	40	18	30	110	60	20	36
10	90	90	180	38	20	30	110	70	20	36

Для аналитического расчета  $S$  или  $\Psi$  по линейному закону движения ВЗ (рис. 4.4) можно использовать следующие формулы:

– на фазе удаления в интервале  $0 \leq \varphi \leq \varphi_y$

$$S = k_y \varphi \quad \text{или} \quad \Psi = \mu_y \varphi;$$

– на фазе приближения в интервале  $\varphi_y + \varphi_{\text{вв}} \leq \varphi \leq \varphi_y + \varphi_{\text{вв}} + \varphi_{\text{пр}}$ ,

$$S = [S_{\text{max}} + k_y (\varphi_{\text{вв}} + \varphi_{\text{пр}})] - k_{\text{пр}} \varphi \quad \text{или}$$

$$\Psi = [\Psi_{\text{max}} + \mu_y (\varphi_{\text{вв}} + \varphi_{\text{пр}})] - \mu_{\text{пр}},$$

где  $k_y = \frac{S_{\text{max}}}{\varphi_y}$ ;  $k_{\text{пр}} = \frac{S_{\text{max}}}{\varphi_{\text{пр}}}$ ;  $\mu_y = \frac{\Psi_{\text{max}}}{\varphi_y}$ ;  $\mu_{\text{пр}} = \frac{\Psi_{\text{max}}}{\varphi_{\text{пр}}}$

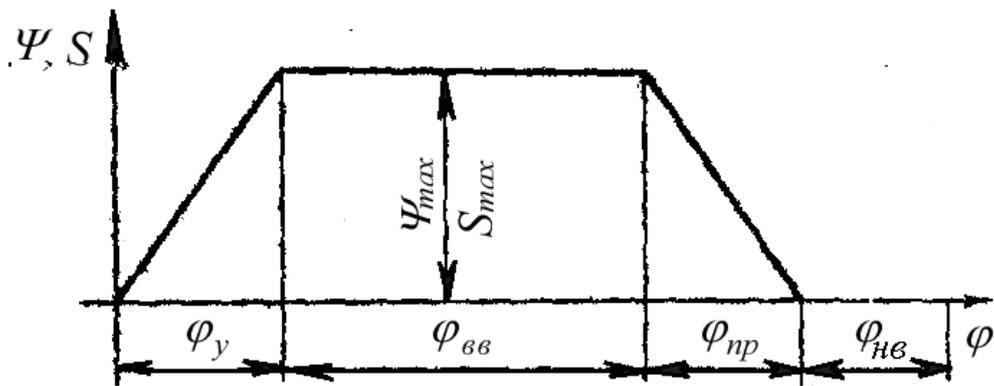


Рис. 4.4. График движения ведомого звена (коромысла, толкателя)

Другие функции движения ведомого звена на фазе удаления приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2

Номер п/п	Схема рис. 4.1	Схема рис. 4.2	Диаграмма ускорения
1.	$S = S_0 + S_{max} \cdot k$ $k = \frac{\varphi}{\varphi_y}$	$\Psi = \Psi_0 + \Psi_{max} \cdot k$	
2.	$S = S_0 + \frac{S_{max}}{2} \cdot k$ $k = 1 - \cos\left(\pi \frac{\varphi}{\varphi_y}\right)$	$\Psi = \Psi_0 + \frac{\Psi_{max}}{2} \cdot k$	
3.	$S = S_0 + S_{max} \cdot k$ $k = 3\left(\frac{\varphi}{\varphi_y}\right)^2 - 2\left(\frac{\varphi}{\varphi_y}\right)^3$	$\Psi = \Psi_0 + \Psi_{max} \cdot k$	

## Содержание отчета

1. Схема кулачкового механизма и его параметры.
2. Закон движения толкателя.
3. Расчет перемещений ведомого звена (табл. 4.3).

Таблица 4.3

$\varphi$ , град.	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
$S\beta$ мм.												
Ф, град.	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240
$S\beta$ мм.												
Ф, град.	250	260	270	280	290	300	310	320	330	340	350	360
$S\beta$ мм.												

4. Диаграмма перемещения ведомого звена (табл. 4.4).

Таблица 4.4

Но- мер п/п	Область удаления		Область приближения	
	$\varphi$	$S$ или $\psi$	$\varphi$	$S$ или $\psi$
1.				
2.				
3.				

5. Синтезированный профиль кулачка.
6. Таблица сравнения (табл. 4.5)

Таблица 4.5

Фазы	Углы	
	$\varphi$	$\psi$
удаления		
дальнего стояния		
возвращения		
ближнего стояния		
движения		

### Контрольные вопросы

1. Преимущества и недостатки кулачковых механизмов.
2. Виды кулачковых механизмов.
3. Какими угловыми параметрами характеризуется кулачок?
4. Угол давления, угол передачи.

## Лабораторная работа № 5

### НАРЕЗАНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРЯМОЗУБЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС МЕТОДОМ ОБКАТКИ

Цель работы: изучить влияние смещения инструмента на форму профиля нарезаемых зубьев и выявить условия, обеспечивающие отсутствие подреза ножки зуба и заострения его вершины.

#### Краткие теоретические сведения

Заготовки зубчатых колес получают литьем или ковкой. Зубья колес изготавливают накатыванием, нарезанием режущим инструментом.

Нарезание зубьев является основным способом изготовления зубчатых колес. Существует два метода нарезания зубьев: копирование и обкатка. При изготовлении зубчатого колеса копированием модульными фрезами (рис. 5.1): дисковыми или пальцевыми материал заготовки удаляется путем прорезания впадин между зубьями.

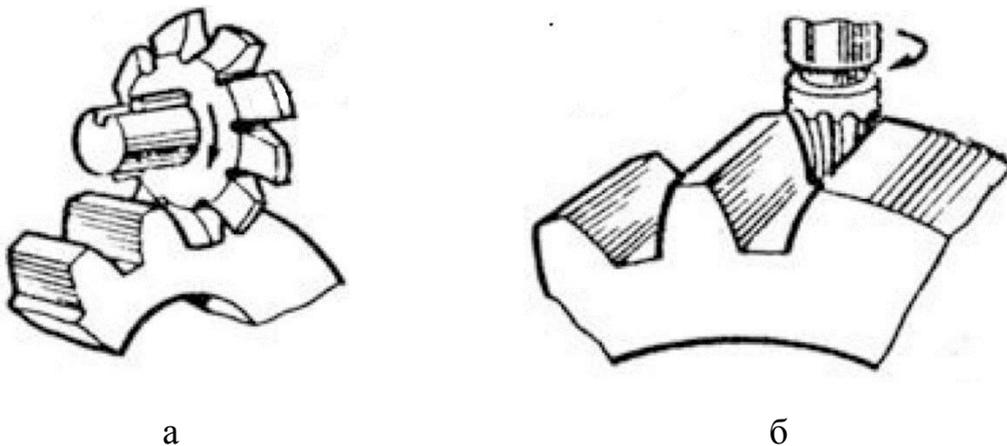


Рис. 5.1 Модульные фрезы: а) дисковая; б) пальцевая

При этом после прорезания каждой впадины заготовку проворачивают на угловой шаг зацепления  $\tau=2\pi/z$ . Профиль впадин представляет собой ко-

пию профиля режущих кромок фрезы, отсюда и название – метод копирования. Контур впадин нарезаемого колеса определяется модулем  $m$ , числом зубьев нарезаемого колеса  $z$  и смещением  $X=x \cdot m$ , с которым предполагается выполнить данное колесо. С изменением одной из этих величин должен изменяться режущий контур соответствующего инструмента. С целью сокращения номенклатуры инструмента методом копирования нарезают в основном нулевые колеса, а весь диапазон чисел зубьев одного модуля разбивают на интервалы и в пределах каждого интервала применяют одну и ту же фрезу. Комплект фрез одного модуля содержит от 8 до 15 фрез. Каждая фреза теоретически точно нарезает одно число зубьев, колеса с другими числами зубьев нарезаются с погрешностями, что является основным недостатком указанного способа производства зубчатых колес.

Для нарезания эвольвентных зубчатых колес используется реечный инструмент, так как профиль зуба рейки представляет собой прямую линию. В процессе обкатки заготовки зубчатой рейкой некоторая прямая рейки (параллельная её средней прямой и называемая делительной) перекрывается без скольжения по делительной окружности нарезаемого колеса (рис. 5.2).

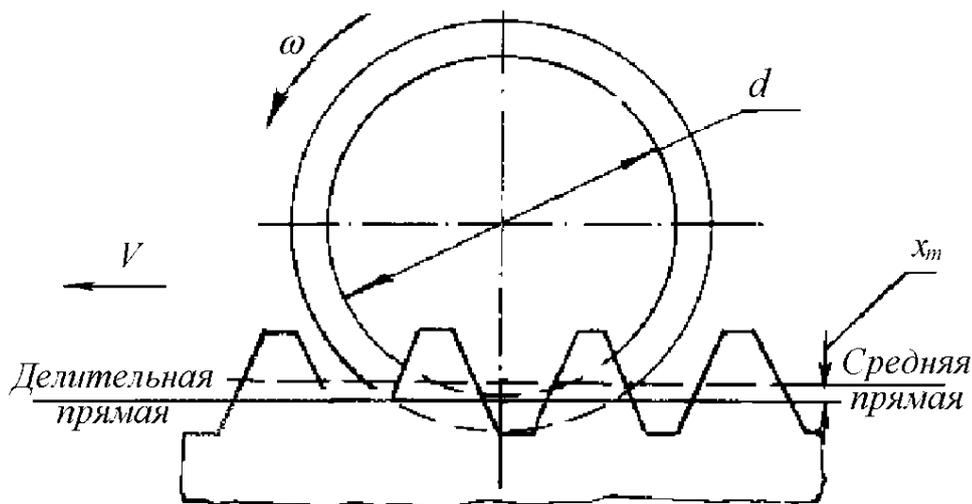


Рис. 5.2. Нарезание зубчатых колес с помощью инструментальной рейки

Расстояние  $x_m$  (мм) между средней и делительной прямыми инструментальной рейки называется абсолютным смещением (сдвигом) рейки.

Отношение абсолютного смещения рейки к ее модулю называется относительным смещением рейки  $x$ :  $x = \frac{x_m}{m}$

В зависимости от положения делительной прямой на рейке можно изготовить следующие виды зубчатых колес:

- 1) нулевые, нарезанные без смещения рейки ( $x = 0$ );
- 2) положительные, нарезанные со смещением  $+x$  (в этом случае инструмент сдвинут от оси заготовки);
- 3) отрицательные, нарезанные со смещением  $-x$  (при этом инструмент сдвинут к оси заготовки).

Нарезание скорректированных зубчатых колес с различными по величине смещениями приводит к изменению параметров колес и позволяет получать различные качественные показатели зацепления.

При нарезании нулевых зубчатых колес с числом зубьев менее 17 часть зуба срезается инструментом. При этом уменьшается толщина зуба в его основании. Это явление называется подрезанием зуба. Минимальная величина относительного смещения  $x$ , обеспечивающая отсутствие подрезания, находится по зависимости

$$x_{\min} = \frac{17 - z}{17}, \quad (5.1)$$

где  $z$  – число зубьев нарезаемого колеса.

Основные параметры колеса определяют по следующим формулам:

а) диаметр делительной окружности

$$d = m \cdot z \quad (5.2)$$

б) диаметр основной окружности

$$d_b = d \cos \alpha \quad (5.3)$$

в) шаг по делительной окружности

$$p = \pi m \quad (5.4)$$

г) шаг по основной окружности

$$p_b = p \cos \alpha \quad (5.5)$$

д) диаметр вершин зубьев

$$d_a = d + 2m \cdot (1 + x) \quad (5.6)$$

е) толщина зуба по делительной окружности

$$S = m \cdot \left( \frac{\pi}{2} + 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha \right) \quad (5.7)$$

### Практическая часть

#### Описание установки

Влияние смещения инструмента на форму профиля зуба изучают на приборе ТММ-42, имитирующем нарезание зубьев с помощью инструментальной рейки (рис. 5.3).

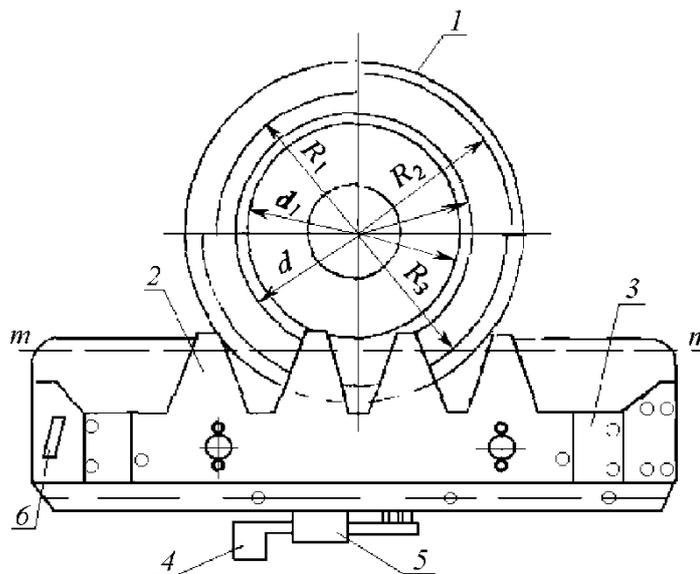


Рис. 5.3. Схема прибора ТММ-42

Прибор состоит из диска 1 и каретки 3. На каретке закреплена винтами зубчатая рейка 2, представляющая собой режущий инструмент. На диск нанесена делительная окружность нарезаемого колеса, а на рейку – ее средняя прямая.

Обкатывание делительной окружности диска 1 по делительной прямой рейки достигается за счет храпового механизма. Согласованное прерывистое перемещение рейки и диска осуществляется нажатием клавиши 4.

Г-образная рукоятка 5 должна находиться в правом положении, а рукоятка 6 натягивать струну. При повороте рукоятки 5 в левое положение отключается храповый механизм и каретка перемещается свободно.

Рейку можно установить так, чтобы делительная окружность диска 1 катилась по выбранной делительной прямой рейки. Если рейка установлена так, что ее средняя прямая совпадает с прямой  $m-m$  и касается делительной окружности диска, то будет имитироваться процесс нарезания нулевого колеса. При смещении рейки относительно прямой  $m-m$  будет нарезано корригированное колесо. Смещение рейки ( $x_m$ ) отсчитывается по шкале, расположенной на каретке 3.

Получают профили зубьев колеса следующим образом. На диск 1 устанавливают заготовку колеса (бумажный круг). Нажимом на клавишу 4 сообщают рейке и заготовке небольшие согласованные перемещения. После каждого такого перемещения на бумажном круге необходимо очертить карандашом профиль зубьев рейки. В итоге на бумаге вычертится густая сеть линий, представляющая собой положения зубьев рейки на заготовке.

Очевидно, в реальных условиях нарезания зубчатого колеса, весь материал заготовки, оказавшийся в зоне сплошных линий, будет удален, а незатрихованный контур заготовки, ограниченный огибающей крайних линий профиля зубьев рейки, представляет собой эвольвентный профиль зубьев колеса.

## Приборы и принадлежности

Прибор ТММ-42 для вычерчивания эвольвентного профиля зубьев методом обкатки заготовки зубчатой рейкой, заготовка из бумаги, циркуль, измерительная линейка.

## **Порядок выполнения работы**

1. Занести в бланк отчета значения основных параметров  $m$ ,  $d$ ,  $z$ ,  $\alpha$  нарезаемого колеса.
2. Вычислить по формуле (5.1) минимальное значение коэффициента  $x_{min}$  и соответствующее ему абсолютное смещение  $x_{min} \cdot m$ .
3. Выбрать смещение  $x_2 \cdot m$  в пределах 8–10 мм для нарезания положительного колеса. Вычислить значение коэффициента  $x_2$ .
4. Выбрать смещение  $x_3 \cdot m$  в пределах 8–10 мм для нарезания отрицательного колеса. Вычислить значение коэффициента  $x_3$ .
5. Вычислить значения  $d$ ,  $d_b$ ,  $p$ ,  $p_b$ ,  $d_a$ ,  $s$  по формулам (5.2)–(5.7) для следующих коэффициентов относительного смещения  $x_1 = 0$ ,  $x_{min}$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ .
6. Наложить на диск 1 бумажный круг, закрепить его.
7. Установить рейку 2 в положение, соответствующее  $x_1 = 0$ ; закрепить рейку винтами.
8. Отключить рукояткой 5 храповой механизм. Карандашом очертить на бумажном круге контур зубьев рейки.
9. Нажатием на клавишу 4 переместить каретку с рейкой, вновь очертить контур зубьев рейки и так продолжать до тех пор, пока каретка не дойдет до упора в левое крайнее положение.  
К тому времени на бумажном круге полностью очертятся 2–3 зуба нарезаемого колеса.
10. Установить рейку 2 в положение, соответствующее  $x_{min}$ , подсчитанное по формуле (5.1).

11. Поворотом рукоятки 6 ослабить струну. Повернуть диск 1 примерно на  $90^\circ$ , вернуть рукоятку 6 в исходное положение.
12. Повторить действия пп. 7 и 8 (получим 2–3 зуба колеса с надрезом).
13. Установить рейку в положение, соответствующее  $+x_2$ , повторить пп. 7, 8 и 10 (получим зубья положительного колеса).
14. Установить рейку в положение, соответствующее  $-x_3$ , повторить пп. 7, 8 и 10 (получим зубья отрицательного колеса).
15. Снять с прибора бумажный круг, нанести на него делительную и основную окружности.
16. Измерить по делительной окружности толщину построенных зубьев и сравнить полученные величины с рассчитанными ранее.
17. Оформить отчет работы по прилагаемой форме.

### Содержание отчета

1. Схема прибора.
2. Основные параметры:
  - а) модуль рейки  $m =$             мм;
  - б) угол профиля рейки  $\alpha =$         град.;
  - в) число зубьев нарезаемого колеса  $z =$         ;
  - г) смещение рейки, мм            относительное            абсолютное

$x_1 = 0$	$x_1 \cdot m = 0$	
$x_{min} =$	$x_{min} \cdot m =$	
$x_2 =$	$x_2 \cdot m =$	
$x_3 =$	$x_3 \cdot m =$	.
3. Расчет основных параметров зубчатых колес для личных значений  $x_{min}, x_1, x_2, x_3$  (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Величина	Значение			
	$x_1 = 0$	$x_{min}$	$x_2$	$x_3$
Диаметр делительной окружности, мм $d = m \cdot z$				
Диаметр основной окружности, мм $d_b = d \cos\alpha$				
Шаг по делительной окружности, мм $p = \pi m$				
Шаг по основной окружности, мм $p_b = p \cos\alpha$				
Диаметр вершин зубьев, мм $d_a = d + 2m \cdot (1 + x)$				
Толщина зуба по делительной окружности, мм $S = m \cdot \left( \frac{\pi}{2} + 2x \cdot \operatorname{tg}\alpha \right)$				

4. Замеренная толщина зуба по делительной окружности:

при  $x_1 = 0$ ,  $s =$  ; при  $x_{min} =$  ,  $s =$  ;

при  $x_2 =$  ,  $s =$  ; при  $x_3 =$  ,  $s =$  .

### Контрольные вопросы

1. Что характерно для процесса нарезания зубьев огибанием (обкаткой), в чем его преимущество?
2. Почему зуб колеса, нарезанный методом обкатки, имеет эвольвентный профиль?

3. При каких условиях нарезаются нулевые, положительные и отрицательные зубчатые колеса?
4. Что такое исходный контур инструмента?
5. Назвать основные параметры зубчатого колеса и рейки, дать им характеристику.
6. Как влияет смещение инструмента на изменение основных параметров зубчатого колеса?
7. Что такое подрезание зуба, когда такое явление возникает, как его избежать?
8. С какой целью производится коррегирование зубчатых колес?

## Лабораторная работа № 6

### КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Цель работы: по модели планетарного механизма составить кинематическую схему и определить передаточное отношение механизма различными методами.

Исходные данные: модели однорядных планетарных механизмов.

#### Общие сведения

Зубчатые механизмы делятся на два вида:

1. *Механизмы с неподвижными осями вращения колес* (рис. 6.1).

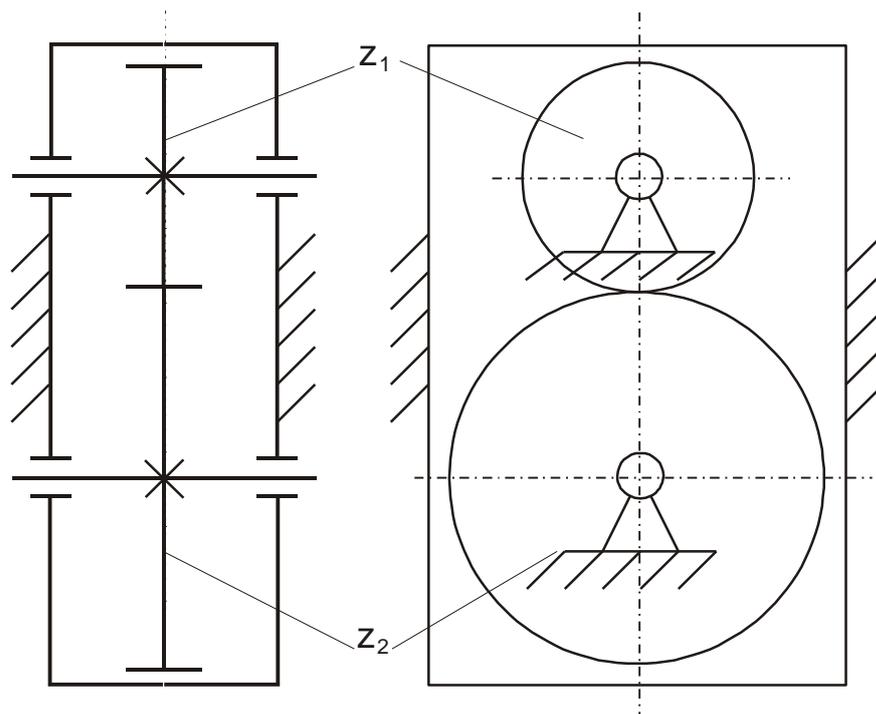


Рис. 6.1. Зубчатый механизм с неподвижными осями вращения колес

*Передаточным отношением зубчатого механизма* называется отношение угловой скорости ведущего колеса к угловой скорости ведомого.

Для механизма на рисунке 6.1:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (6.1)$$

Так как колеса вращаются в разных направлениях, то передаточное отношение нужно считать отрицательным.

**2. Механизмы с подвижными осями вращения колес.** В состав этих механизмов входят колеса, совершающие сложное движение – вращение вокруг своих собственных осей и движение вместе с этими осями в пространстве. В технике механизмы с подвижными осями вращения колес чаще всего выполнены в виде планетарных механизмов (подвижность  $W = 1$ ) или в виде зубчатых дифференциалов (подвижность  $W = 2$ ).

Планетарные механизмы могут быть выполнены по однорядной или двухрядной схеме. Однорядный планетарный механизм показан на рисунке 6.2. При работе в качестве редуктора этот механизм может обеспечить передаточное отношение в диапазоне от 3 до 8 единиц.

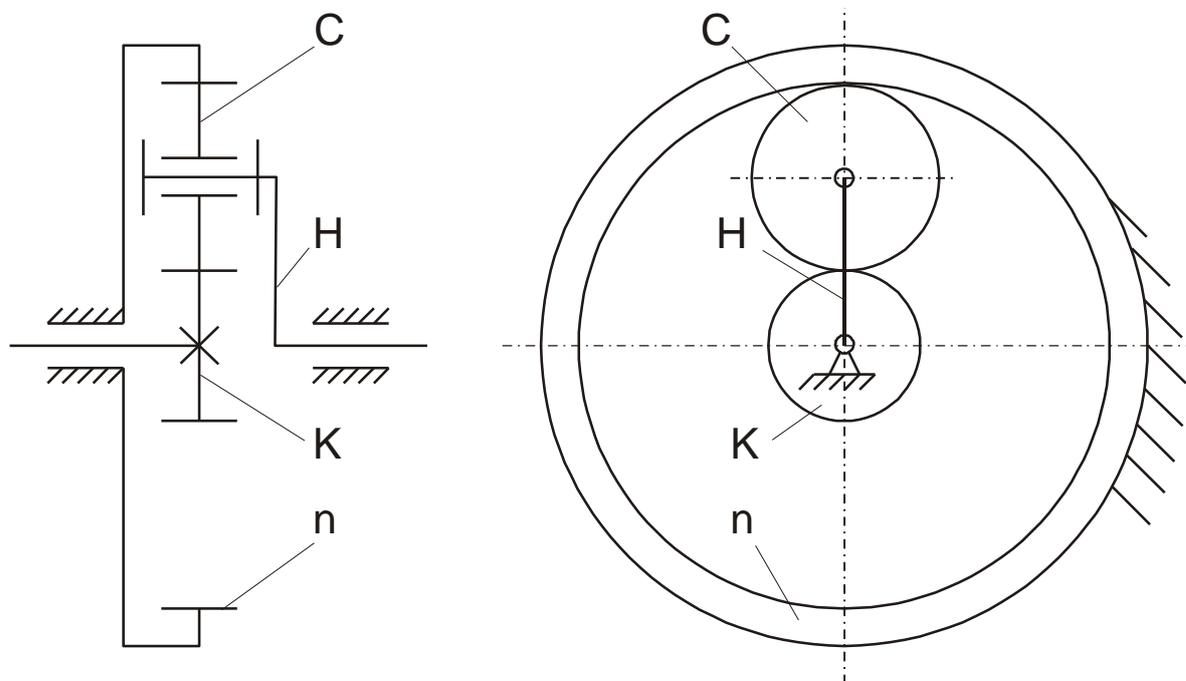


Рис. 6.2. Однорядный планетарный механизм

На рисунке 6.2 обозначено:  $K$  – центральное подвижное колесо (солнечное колесо);  $n$  – центральное неподвижное колесо (опорное колесо);  $C$  – колесо, совершающее сложное движение (сателлит);  $H$  – звено, на котором установлены оси сателлитов (водило).

В данной лабораторной работе требуется найти передаточное отношение модели планетарного механизма тремя способами.

1. *Экспериментальный способ.* Для нахождения передаточного отношения планетарного механизма экспериментальным способом нужно подсчитать число оборотов ведущего звена (например, солнечного колеса) за время одного полного оборота ведомого звена (например, водила). Это число совпадает с передаточным отношением. В лабораторной модели ведущим звеном следует считать то, на валу которого установлена рукоятка-маховичок.

2. *Аналитический способ.* В рамках аналитического способа передаточное отношение планетарного механизма рассчитывается по формуле Виллиса. Для однорядного планетарного механизма эту формулу можно записать в виде:

$$i_{кH}^n = 1 + \frac{z_n}{z_k}, \quad (6.2)$$

где  $i_{кH}^n$  – передаточное отношение от солнечного колеса ( $K$ ) к водилу ( $H$ ) при остановленном колесе  $n$ ;  $z_n$  – число зубьев колеса  $n$ ;  $z_k$  – число зубьев солнечного колеса  $K$ .

3. *Графоаналитический способ.* Способ основан на последовательном построении линий распределения скоростей для подвижных звеньев планетарного механизма. Линия распределения скоростей (ЛРС) – это прямая, на которой лежат концы векторов скоростей всех точек вращающегося тела, расположенных на одном радиальном луче, исходящем из центра вращения

этого тела. На рисунке 6.3 показано тело в виде круглого диска, вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через точку  $O$ , и линия распределения скоростей для точек, лежащих на радиусе  $OA$ .

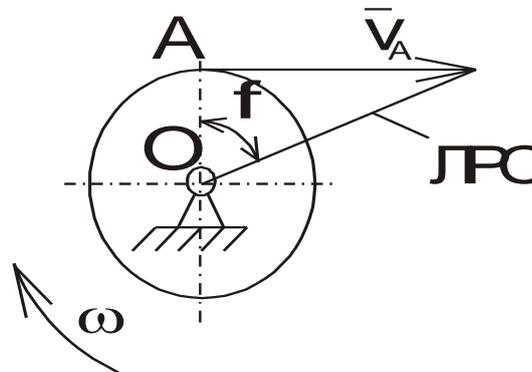
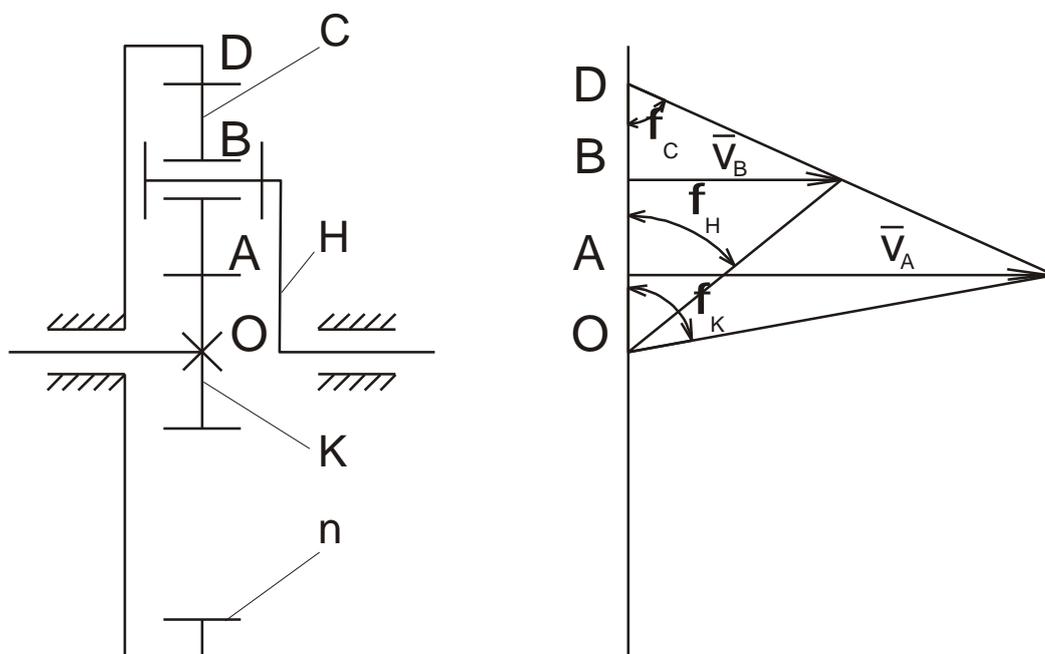


Рис. 6.3. Линия распределения скоростей вращающегося звена

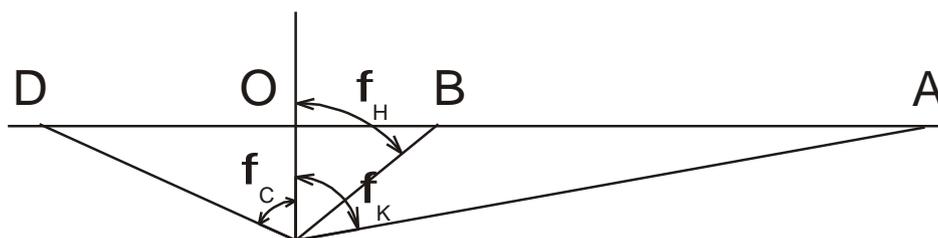
Используя графоаналитический способ, сначала проводят ЛРС ведущего звена планетарного механизма, затем ЛРС промежуточного звена (спутника), а затем ЛРС ведомого звена. При этом радиальные лучи для всех звеньев считают направленными по вертикали (см. радиус  $OA$  на рис.6.3). Угловые скорости звеньев оказываются пропорциональными тангенсам углов наклона линий распределения скоростей к вертикали.

На рисунке 6.4 показан пример построения картин скоростей для планетарного механизма, выполненного по однорядной схеме, с использованием понятия ЛРС. Для построения картин скоростей сначала в произвольно выбранном масштабе вычерчивается кинематическая схема планетарного механизма (радиусы колес на чертеже должны быть пропорциональны числам зубьев колес). На этой кинематической схеме отмечают характерные точки, лежащие на вертикали (центры колес и точки зацепления колес). Затем характерные точки проектируются на произвольно проведенную вертикаль. Длина вектора скорости точки на ведущем звене может быть выбрана

произвольно (т.  $A$  на рис. 6.4а). При построении линий распределения скоростей звеньев используется тот факт, что точки соприкосновения «ободьев» колес имеют равные скорости.



а) Картина линейных скоростей планетарного механизма



б) Картина угловых скоростей планетарного механизма

Рис. 6.4. План скоростей планетарного механизма

Передаточное отношение планетарного механизма можно рассчитать, используя углы наклона линий распределения скоростей ведущего и ведомого звеньев к вертикали (см. рис.6.4а), а также отрезки, отсекаемые на горизонтали лучами, проведенными параллельно ЛРС (см. рис.6.4б):

$$i_{кН}^n = \frac{\omega_k}{\omega_H} = \frac{tg\varphi_k}{tg\varphi_H} = \frac{OK}{OH} . \quad (6.3)$$

На рисунке 6.5 изображена схема двухрядного планетарного механизма. Его особенность заключается в использовании блока сателлитов  $C - C'$ . При работе в качестве редуктора этот механизм может обеспечить передаточное отношение в диапазоне от 9 до 16 единиц.

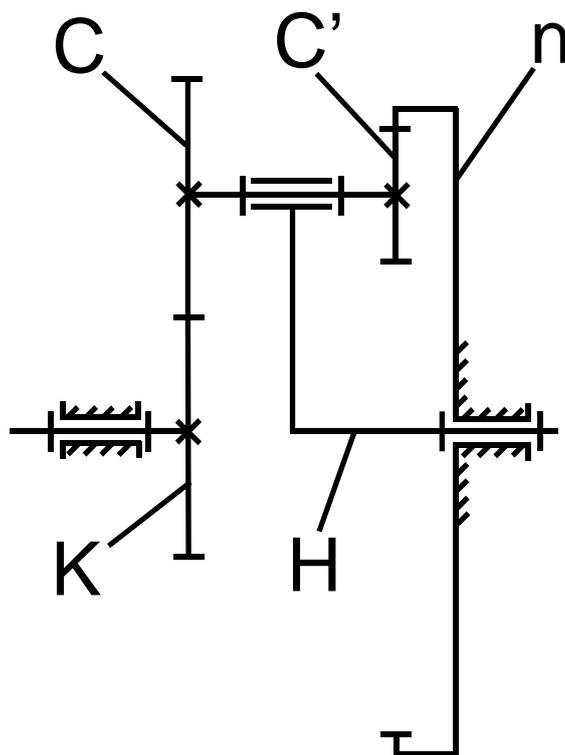


Рис. 6.5. Двухрядный планетарный механизм

Передаточное отношение двухрядного планетарного механизма можно рассчитать по формуле

$$i_{кН}^n = 1 + \frac{z_n z_c}{z_{c'} z_k}, \quad (6.4)$$

где  $z_{c'}$  – число зубьев сателлита  $C'$  (см. рис. 6.5), а остальные обозначения аналогичны обозначениям в формуле (6.2).

### **Порядок выполнения работы**

1. Изучить лабораторную установку (модель однорядного планетарного механизма) и подсчитать число зубьев колес. Для упрощения процедуры подсчета числа зубьев можно использовать условие соосности:

$$z_n = z_k + 2z_c \quad (6.5)$$

2. Рассчитать передаточное отношение планетарного механизма тремя способами: экспериментальным, аналитическим и графоаналитическим. В качестве ведущего звена принять звено, связанное с приводной рукоятью. Сравнить полученные значения.

3. Сделать вывод о предназначении данного механизма (редуктор или мультипликатор).

## Лабораторная работа № 7

### СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНОГО ЗУБЧАТОГО МЕХАНИЗМА

Цель работы: определение числа зубьев колес и количества стеллитов планетарного зубчатого механизма: проверка правильности синтеза на модели механизма.

Исходные данные:

1. Схема механизма – однорядная планетарная передача с неподвижным эпициклом (рис.7.1а) или неподвижным солнечным колесом (рис.7.1б).

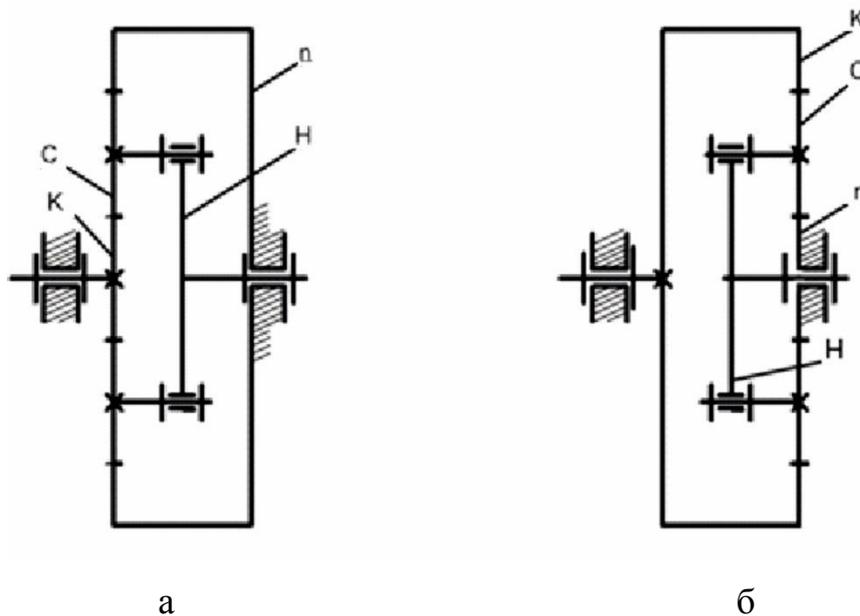


Рис. 7.1. Схемы планетарных механизмов

2. Ведущее звено механизма – центральное подвижное колесо  $K$  или водило  $H$ .

3. Передаточное отношение  $i_{kH}^n = \frac{\omega_k}{\omega_H}$  или  $i_{Hk}^n = \frac{\omega_H}{\omega_k}$  (в зависимости от задания по пункту 2).

4. Набор зубчатых колес, с помощью которых по результатам синтеза производится сборка механизма.

## Общие положения

### Синтез методом сомножителей

1. Если ведущим звеном является водило  $H$ , то предварительно определяется передаточное отношение механизма  $i_{kH}^n = \frac{\omega_k}{\omega_H}$  в предположении, что ведущим звеном является колесо  $K$ , а ведомым – водило  $H$ :

$$i_{kH} = \frac{1}{i_{Hk}} \quad (7.1)$$

Дальнейший синтез проводится по передаточному отношению  $i_{kH}$ .

2. Определяется передаточное отношение обращенного механизма, полученного из планетарного при остановке водила:

$$i_{Kn}^H = 1 - i_{kH}^n \quad (7.2)$$

3. Абсолютная величина передаточного отношения  $i_{kH}^n$  представляется в виде взаимно простых (не имеющих общих множителей) целых чисел  $D$  и  $A$ :

$$\left| i_{kH}^n \right| = \frac{D}{A} \quad (7.3)$$

4. Определяются числа зубьев колес из условия обеспечения заданного передаточного отношения и условия соосности:

$$\begin{cases} z_k = Ay \\ z_n = Dy \\ z_c = \pm \frac{(D - A)}{2} y \end{cases} \quad (7.4)$$

В последнем выражении знак «плюс» соответствует схеме на рисунке 7.1а, «минус» – на рисунке 7.1б. Сомножитель  $y$  выбирается из следующих условий:

а) числа зубьев колес должны быть целыми;

б) числа зубьев колес солнечного колеса и сателлитов должны быть меньше 17;

в) число зубьев эпицикла должно быть меньше 85;

г) из вариантов, удовлетворяющих пунктам а, б, в, окончательно выбирается вариант с наименьшими числами зубьев, т.е. с наименьшим  $u$ .

5. Определяются возможные числа сателлитов из условия сборки. Для этого произведение  $z_k \cdot i_{kH}^n$  представляется в виде отношения взаимно простых чисел:

$$z_k \cdot i_{kH}^n = \frac{a}{b} \quad (7.5)$$

Числитель дроби (7.5) раскладывается на простые множители:

$$a = d \cdot c \cdot \dots \cdot m \quad (7.6)$$

Тогда возможные числа сателлитов, удовлетворяющие условия сборки, равны каждому из сомножителей по выражению (7.6) или любому их произведению

6. Окончательно определяется количество сателлитов из условия соседства (совместности). Вычисляется параметр

$$p = \frac{z_c + 2}{z_k \pm z_c} \quad (7.7)$$

где знак «плюс» соответствует схеме рисунка 7.1а, «минус» – схеме рисунка 7.1б.

Далее определяется граничное число сателлитов, обеспечивающие выполнение условия соседства

$$K_{ГР} = \frac{\pi}{\arcsin(p)} \quad (7.8)$$

Окончательно число сателлитов выбирается наименьшим из ряда, полученного по условию сборки, причем должно выполняться условие

$$K < K_{GP} \quad (7.9)$$

7. Правильность выполнения синтеза можно проверить на модели механизма (рис. 7.2). Модель содержит корпус 1, на котором установлены: винт стопорения эпицикла 2, вал 3 с градуированным шкивом 4 и рукояткой 5, указатель поворота солнечного колеса 6, винт стопорения солнечного колеса 7, указатель поворота эпицикла и водила 8. На валу 3 свободно посажены эпицикл 9 с градуировкой и водила 10 с радиальными прорезями для установки сателлитов 11. Сателлиты свободно садятся на оси 12, которые устанавливаются в радиальные прорези водила, и крепятся на нем гайками 13 с шайбами 14. Солнечное колесо 15 устанавливается на валу с помощью шпонки 16. Положение звеньев планетарного механизма в осевом направлении фиксируется винтом 17 с шайбой 18.

Сборка модели осуществляется следующим образом. На валу 3 устанавливается эпицикл 9, солнечное колесо 15 (с помощью шпонки 16) и водила 10, после чего закручивается винт 17 с шайбой 18. Затем в центральное отверстие сателлита 11 вставляется ось 12, которая помещается в радиальную прорезь водила 10, после чего ставится шайба 14 и закручивается гайка 13. После этого солнечное колесо 15 поворачивается до тех пор, пока на месте установки первого сателлита не окажется свободная прорезь водила 10. При установке двух сателлитов водила для размещения следующего сателлита должно повернуться на 180 градусов, при установке трех сателлитов - на 120 градусов.

Собранная модель позволяет определить передаточное отношение механизма экспериментально и сверить его с заданным, тем самым проверить правильность проведения синтеза механизма.

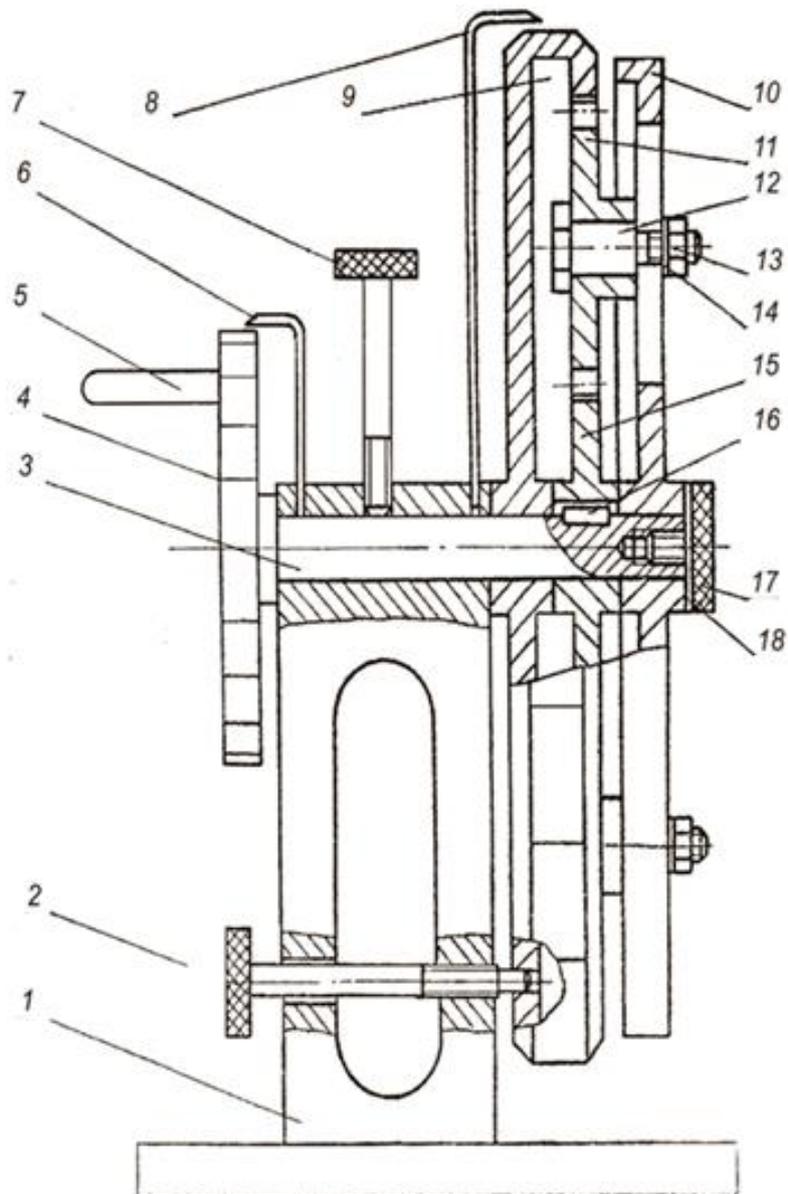


Рис. 7.2. Модель механизма

Поскольку лабораторная работа проводится для зубчатых колес с нормальной высотой зуба ( $h_a^* = 1$ ),

$$i_{kH} = \frac{\omega_k}{\omega_H} = \frac{n_k}{n_H} = \frac{\varphi_k}{\varphi_H}$$

$$n_H = 1, \quad i_{kH} = n_k$$

Поэтому передаточное отношение наиболее просто определить следующим образом. Нужно поворачивать колесо  $K$  до тех пор, пока водило  $H$  не

совершит полный оборот. При этом стоит подсчитывать число полных оборотов колеса  $K$ , а также долю неполного оборота с помощью шкалы на колесе. Полученное число оборотов  $n_k$  будет искомым передаточным отношением  $i_{kH}$ .

### Порядок выполнения работы

1. По заданному преподавателю варианту из табл.7.1 определить исходные данные.

Таблица 7.1

Исходные данные для лабораторной работы

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Схема (рис.7.1)	а	а	а	а	а	а	б	б	б	б	б	б
Ведущее звено	$K$	$K$	$K$	$K$	$K$	$K$	$K$	$K$	$K$	$K$	$K$	$K$
Передаточное отношение	$4\frac{7}{13}$	5,9	5,3	$3\frac{5}{7}$	5	$6\frac{2}{19}$	$1\frac{13}{46}$	$1\frac{10}{49}$	$1\frac{10}{43}$	$1\frac{7}{19}$	1,25	$1\frac{19}{97}$
Вариант	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Схема (рис.7.1)	а	а	а	а	а	а	б	б	б	б	б	б
Ведущее звено	$H$	$H$	$H$	$H$	$H$	$H$	$H$	$H$	$H$	$H$	$H$	$H$
Передаточное отношение	$\frac{13}{59}$	$\frac{10}{59}$	$\frac{10}{53}$	$\frac{7}{26}$	0,2	$\frac{19}{116}$	$\frac{46}{59}$	$\frac{48}{59}$	$\frac{43}{53}$	$\frac{19}{26}$	0,8	$\frac{97}{116}$

2. Провести аналитический синтез механизма (определить числа зубьев  $z_k, z_c, z_n$  и количество сателлитов  $K$ ) по выражениям (7.1) – (7.9).

3. Из полученного комплекта зубчатых колес выбрать солнечное колесо, эпицикл и сателлиты с числами зубьев, найденными в результате синтеза.

4. Выполнить сборку модели механизма. При невозможности выполнить сборку проверить синтез механизма по п.2, найти ошибку и провести синтез заново.

5. Провести экспериментальное определение передаточного механизма. Для этого на водиле мелом нанести метку против указателя поворота 8. Затем поворачивать колесо  $K$ , фиксируясь с помощью указателей 6 или 8 целое число его оборотов и число долей оборотов до тех пор, пока риска на водиле вновь не совместится с указателем 8. Количество оборотов колеса  $K$  (целое число и доля неполного оборота) и есть передаточное отношение. Сравнить полученное число оборотов с заданным передаточным отношением.

6. Оформить отчет по лабораторной работе.

### **Контрольные вопросы**

1. Каковы задачи синтеза планетарного механизма?
2. В чем заключается условие соосности, сборки, соседства планетарного механизма?
3. Как определить экспериментально передаточное отношение зубчатого механизма?

## Лабораторная работа № 8

### СТАТИЧЕСКОЕ УРАВНОВЕШИВАНИЕ ПЛОСКИХ ШАРНИРНО-РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Цель работы: освоение метода статического уравновешивания кривошипно-коромыслового механизма.

Исходные данные: модели кривошипно-коромысловых механизмов, выполненные по блочному принципу.

Приборы и принадлежности: модель содержит стойку с двумя шарнирными узлами (кривошипным и коромысловым), выбор планок для формирования кривошипа и коромысла, шатунов и грузов (противовесов). Сборка механизма по заданным или найденным при синтезе параметрам осуществляется без применения специального инструмента. Массы и положения центров масс нанесены на звеньях и грузах, что позволяет при выполнении лабораторной работы использовать только мерительный инструмент (линейку, штангенциркуль). Детали и инструмент хранятся в специальном контейнере.

#### Основные теоретические положения

Для многих механизмов (шарнирно-рычажных, кулачковых и др.) характерно движение звеньев с ускорениями. При этом их силовое воздействие на основание содержит динамические составляющие. При установившемся режиме динамические составляющие изменяются циклически, вызывая вибрации. Для устранения такого вредного воздействия или его уменьшения необходимо путем специальных мероприятий свести к нулю эти составляющие или ограничить допустимым значением их амплитуду. Решение подобной задачи, относящейся к динамическому синтезу механизма машинного агрегата, называется его уравновешиванием.

Рассмотрим, например, плоский кривошипно-коромысловый механизм (рис.8.1), начальное звено 1 которого вращается с постоянной угловой скоростью.

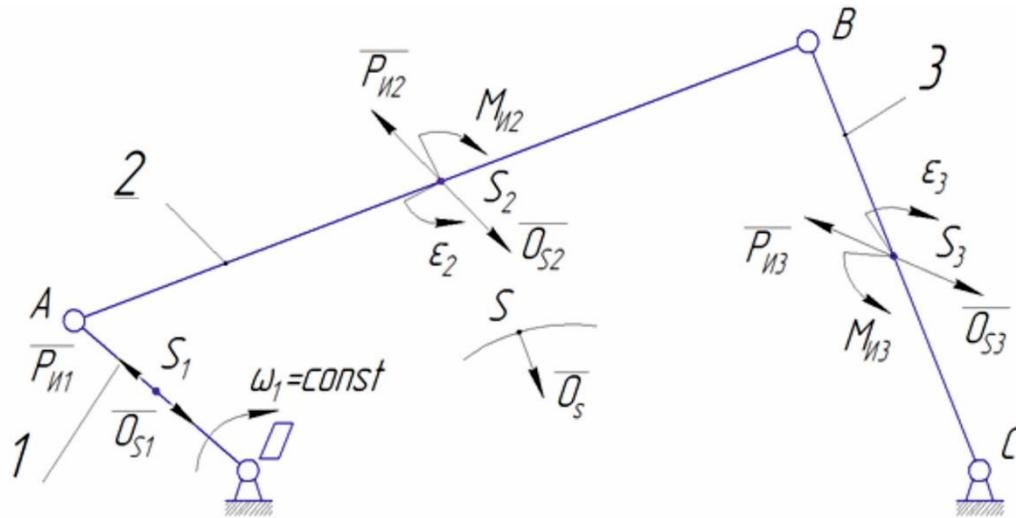


Рис. 8.1. Схема кривошипно-коромыслового механизма

При этом шатун 2 и коромысло 3 будут иметь угловые ускорения, а центры масс звеньев  $S_1, S_2, S_3$  – линейные ускорения. Главные векторы и главные моменты (резльтирующие пары) сил инерции звеньев определяются по выражениям:

$$\vec{P}_{ui} = -m_i \vec{a}_{Si}, \quad \tilde{M}_{ui} = -I_{Si} \tilde{\epsilon}_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (8.1)$$

Первое из уравнений (8.1) предполагает, что главный вектор сил инерции звена приложен к его центру масс.

Для механизма в общем случае, содержащем  $n$  подвижных звеньев, динамические составляющие нагружения основания численно равны общему главному вектору  $\vec{P}_{u\Sigma} = \sum_{i=1}^n \vec{P}_{ui}$  и общему главному моменту системы сил

инерции всех подвижных звеньев механизма  $\tilde{M}_{u\Sigma} = \sum_{i=2}^n \tilde{M}_{ui} + \sum_{i=2}^n \tilde{M}_{0_i}(\vec{P}_{ui})$ .

Если общий главный вектор сил инерции механизма  $\vec{P}_{u\Sigma} \neq 0$ , то такой механизм называется *статически неуравновешенным*. Если же  $M_{u\Sigma} \neq 0$ , но  $\vec{P}_{u\Sigma} = 0$ , то говорят о *моментной неуравновешенности* механизма.

Специальные мероприятия, выполняемые при проектировании механизма и ставящие своей целью достичь условия

$$\vec{P}_{u\Sigma} = 0 \quad (8.2)$$

представляют собой статическое уравновешивание. Отметим, что статически уравновешенный механизм продолжает оказывать динамическое воздействие в виде момента ( $M_{u\Sigma} \neq 0$ ).

Из теоретической механики известно, что  $\vec{P}_{u\Sigma} = -m_\Sigma \vec{a}_S$ , где  $m_\Sigma$  – масса системы всех подвижных звеньев, а  $\vec{a}_S$  – ускорение центра масс  $S$  этой системы. Отсюда следует, что условие (8.2) выполняется только при  $\vec{a}_S = 0$ , что, в свою очередь, возможно лишь в случае, когда *центр масс  $S$  системы неподвижен*. Достичь этого можно, например, *методом заменяющих масс*. Рассмотрим этот метод.

Пусть дано тело  $AB$  (рис. 8.2 а) массой  $m$ , совершающее плоское или вращательное движение.

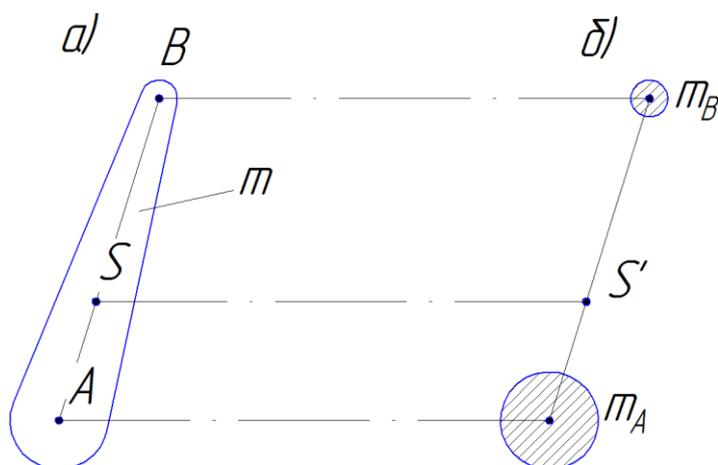


Рис.8.2.

Сосредоточим массу тела, распределенную по всему его объему, в точках  $A$  и  $B$  (рис. 8.2б). Значения сосредоточенных масс  $m_A$  и  $m_B$  определяют из уравнений:

$$m_A + m_B = m, \quad m_A l_{AS} = m_B l_{BS} \quad (8.3)$$

Первое из уравнений (8.3) означает, что масса заменяющей системы  $(m_A, m_B)$  равна массе заданного тела; второе – что центр масс  $S'$  этой системы располагается в том же месте, что и центр масс  $S$  заданного тела. Отсюда следует, что главный вектор сил инерции заменяющей системы  $(m_A, m_B)$  равен главному вектору сил инерции заданного тела (чего нельзя сказать о главных моментах сил инерции).

Поскольку при статическом уравнивании учитываются только главные векторы сил инерции звеньев (8.2) и не принимаются во внимание главные моменты сил инерции, то применительно именно к статическому уравниванию замена каждого звена двумя сосредоточенными массами является вполне корректной.

Выполним статическое уравнивание шарнирного четырехзвенника (рис. 8.3а), для которого заданы длины подвижных звеньев  $l_1, l_2, l_3$ , их массы  $m_1, m_2, m_3$  и положения центров масс  $S_1, S_2, S_3$ .

Заменяем каждое звено двумя сосредоточенными массами:

звено 1 (массу  $m_1$ ) – массами  $m_{1O}$  и  $m_{1A}$ , сосредоточенными в точках  $O$  и  $A$ ;

звено 2 ( $m_2$ ) – массами  $m_{2A}$  и  $m_{2B}$ , сосредоточенными в точках  $A$  и  $B$ ;

звено 3 ( $m_3$ ) – массами  $m_{3B}$  и  $m_{3C}$ , сосредоточенными в точках  $B$  и  $C$ .

Используя уравнения (8.3), имеем:

$$\begin{aligned} m_{1O} &= \frac{m_1 l_{AS_1}}{l_1}; & m_{1A} &= \frac{m_1 l_{OS_1}}{l_1} \\ m_{2A} &= \frac{m_2 l_{BS_2}}{l_2}; & m_{2B} &= \frac{m_2 l_{AS_2}}{l_2}; \end{aligned} \quad (8.4)$$

$$m_{3B} = \frac{m_3 l_{CS_3}}{l_3}; \quad m_{2C} = \frac{m_3 l_{BS_3}}{l_3}.$$

Объединим массы, размещенные в точках  $A$  и  $B$ :

$$m_A = m_{1A} + m_{2A}; \quad m_B = m_{2B} + m_{3B} \quad (8.5)$$

В результате проведенных операций механизм окажется замененным четырьмя массами  $m_O, m_A, m_B, m_C$ , сосредоточенными в точках  $O, A, B, C$  (рис. 8.3б), звенья механизма становятся безинертными.

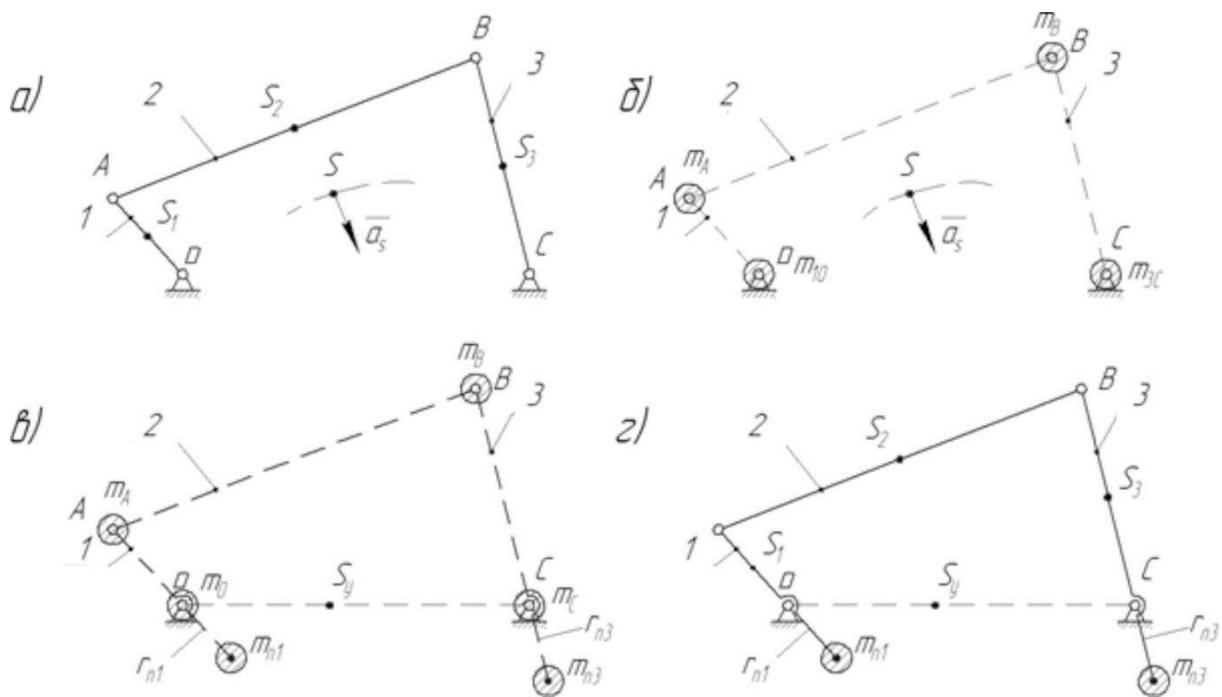


Рис. 8.3. Статическое уравновешивание шарнирного четырехзвенника

Разместим на звеньях 1 и 3 *противовесы* (корректирующие массы)  $m_{n1}$  и  $m_{n3}$  (см. рис. 8.3в) с таким расчетом, чтобы центры масс систем  $(m_A, m_{n1})$  и  $(m_B, m_{n3})$  оказались бы в неподвижных точках  $O$  и  $C$ . Для этого должны выполняться соотношения:

$$m_{n1} r_{n1} = m_A l_1; \quad m_{n3} r_{n3} = m_B l_3 \quad (8.6)$$

Объединим массы, размещенные на звеньях 1 и 3 (см. рис.8.3в):

$$m_O = m_{1O} + m_A + m_{n1}; \quad m_C = m_{3C} + m_B + m_{n3} \quad (8.7)$$

Таким образом, после размещения противовесов заданный механизм может быть заменен системой двух неподвижных масс  $m_O$  и  $m_C$ . Центр масс этой системы  $S_y$  и, следовательно, центр масс заданного механизма, дополненного противовесами  $m_{n1}$  и  $m_{n3}$  также станет неподвижным (см. рис. 8.3г). А это означает, что статическое уравнивание заданного механизма достигнуто.

Дальнейшее практическое решение задачи уравнивания возможно в двух вариантах:

а) конструктивно задаются массы  $m_{n1}$  и  $m_{n3}$  и из уравнений (8.6) определяются радиусы их размещения на звеньях  $r_{n1}$ ,  $r_{n3}$ ;

б) конструктивно задаются радиусы размещения противовесов  $r_{n1}$ ,  $r_{n3}$  и из уравнений (8.6) определяются их массы  $m_{n1}$  и  $m_{n3}$ .

Таким образом, метод заменяющих масс состоит в следующем: каждое звено механизма заменяется двумя сосредоточенными в точках массами; затем, вводя противовесы (корректирующие массы) и объединяя их с заменяющими массами, добиваются того, чтобы объединенные массы оказались в конечном счете размещенными в неподвижных точках механизма.

Двумя противовесами можно статически уравновесить и кривошипно-ползунный механизм (рис.8.4).

Сначала нужно подобрать противовес  $m_{n2}$ , расположив его на продолжении шатуна 2 так, чтобы центр тяжести масс  $m_3, m_2, m_{n2}$  совпал с точкой А. Затем следует найти массу противовеса  $m_{n1}$ , расположив его на звене 1 так, чтобы общий центр масс ( $m_{n1}, m_1, m_A = m_3 + m_2 + m_{n2}$ ), совпал с осью вращения кривошипа 1, т.е. с точкой О.

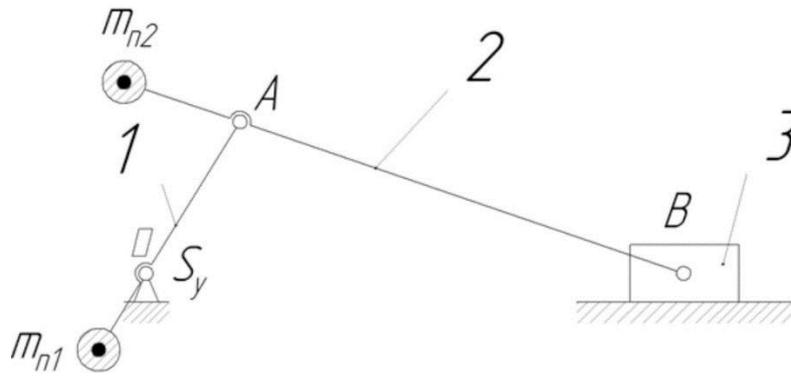


Рис. 8.4. Статическое уравновешивание кривошипно-ползунного механизма

Однако установка противовеса  $m_{n2}$  на шатуне 2 удлиняет его, увеличивая габариты механизма. Такое решение конструктивно неудачно и в инженерной практике применяется редко. Обычно кривошипно-ползунный механизм статически уравновешивается только одним противовесом, размещенным на звене 1. Но в этом случае статическое уравновешивание будет не полным, а частичным.

Допустим, требуется статически уравновесить горизонтальный кривошипно-ползунный механизм (рис. 8.5а) таким образом, чтобы устранить динамическое воздействие на основание, но только в вертикальном направлении. Заменяем звенья механизма тремя сосредоточенными массами  $m_{1O}$ ,  $m_A$ ,  $m_B$  (рис. 8.5б). Выполняя эту замену, всю массу  $m_3$  сосредоточим в точке  $B$ , поскольку звено 3 движется поступательно. Используя уравнения (8.3), получим:

$$m_{1O} = \frac{m_1 l_{AS_1}}{l_1};$$

$$m_A = m_{1A} + m_{2A} = \frac{m_1 l_{OS_1}}{l_1} + \frac{m_2 l_{BS_2}}{l_2}; \quad (8.8)$$

$$m_B = m_{2B} + m_3 = \frac{m_2 l_{AS_2}}{l_2} + m_3.$$

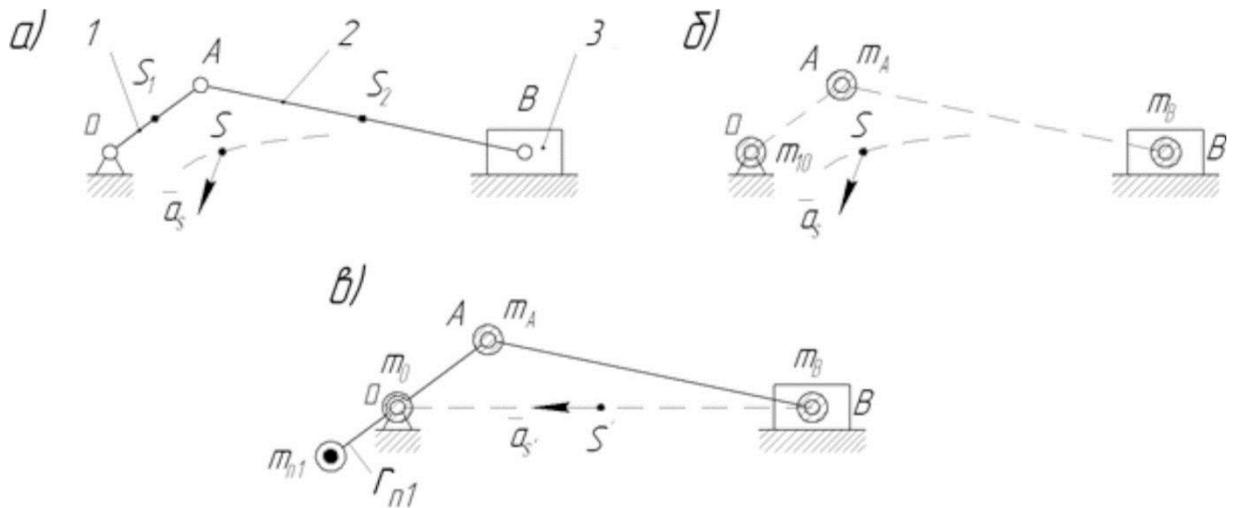


Рис. 8.5. Частичное статическое уравновешивание

Разместим на звене 1 противовес  $m_{n1}$  (рис. 8.5в) с таким расчетом, чтобы центр масс системы  $(m_{n1}, m_A)$  оказался бы в неподвижной точке O. Для этого следует выполнить соотношение

$$m_{n1}r_{n1} = m_A l_1. \quad (8.9)$$

После размещения противовеса  $m_{n1}$  механизм может быть заменен системой двух масс: неподвижной  $m_0 = m_A + m_{n1}$  и горизонтально движущейся  $m_B$ .

Центр масс этой системы и, следовательно, центр масс механизма, дополненный противовесом  $m_{n1}$  будет двигаться только горизонтально. Отсюда следует, что вертикальное динамическое воздействие на основание будет устранено. Массу противовеса  $m_{n1}$  при заданном конструктивно радиусе установки  $r_{n1}$  или радиус установки при заданной массе следует определять из уравнения (8.9).

Частичное статическое уравновешивание кривошипно-ползунного механизма можно продолжить. Из кинематики механизмов известно приближенное выражение ускорения ползуна центрального кривошипно-ползунного механизма:

$$a_B = l_1 \omega^2 \cos \varphi + l_1 \omega^2 \frac{1}{\lambda^2} \cos 2\varphi, \quad (8.10)$$

где  $\frac{1}{\lambda} = \frac{l_1}{l_2}$ .

Сила инерции поступательно движущейся массы:

$$|P_{u3}| = m_B a_B = m_B l_1 \omega^2 \cos \varphi + m_B l_1 \omega^2 \frac{1}{\lambda^2} \cos 2\varphi = P_{u3}^I + P_{u3}^{II}, \quad (8.11)$$

где  $P_{u3}^I, P_{u3}^{II}$  – силы инерции соответственно первого и второго порядков.

Т.к.  $P_{u3}^{II} \ll P_{u3}^I$ , то практически уравнивают только силы инерции первого порядка, вводя еще два противовеса ( $m_n, m_n$ ), вращающихся в противоположные стороны с частотой вращения звена 1 (рис.8.6).

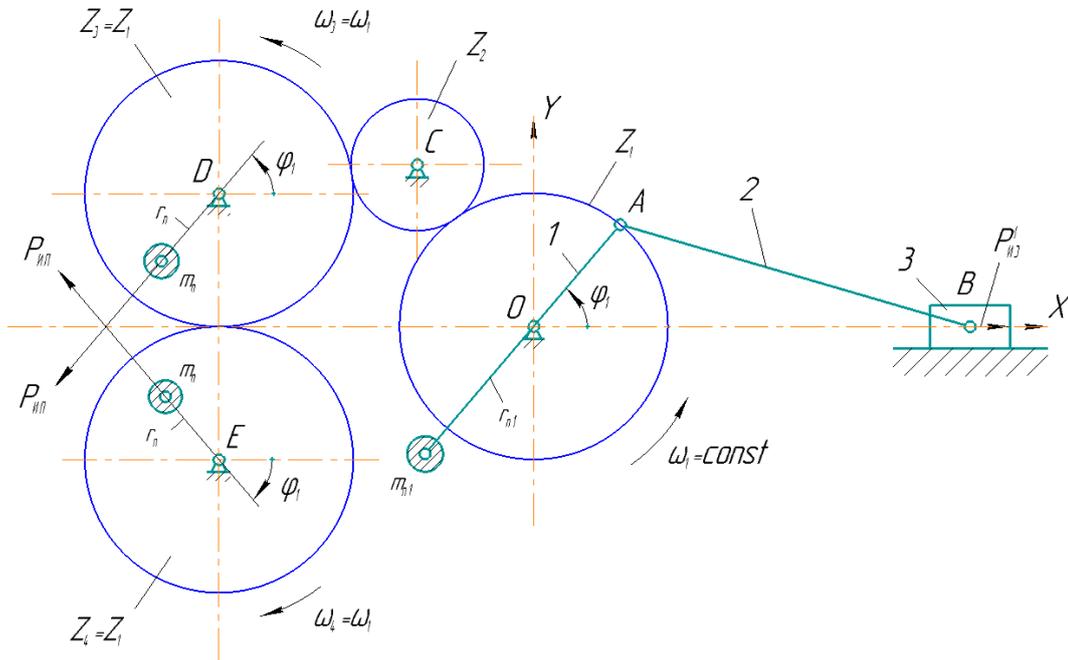


Рис.8.6

Массы противовесов  $m_n$  определяются из выражения

$$2m_n r_n = m_B l_1 \quad (8.12)$$

### Порядок выполнения работы

1. Подготовить модель кривошипно-коромыслового механизма к лабораторной работе, выполнив сборочные операции в следующей последовательности (рис.8.7):

- а) установить стойку с шарнирными узлами на лабораторный стол;
- б) сформировать кривошип и коромысло, закрепив винтами 2 планки 3 и 6 пазах фланцев 1 кривошипного и 7 коромыслового узла;

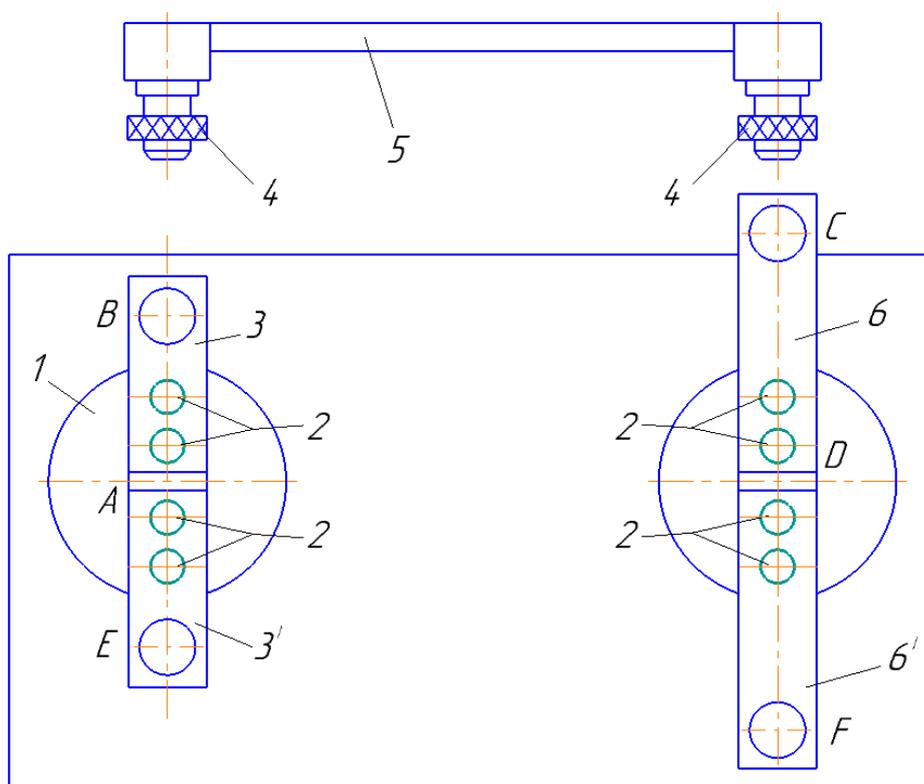


Рис.8.7.

в) определить расстояния  $l_{AB}$  и  $l_{CD}$  от осей фланцев до осей отверстий на планках 3 и 6;

г) присоединить шатун 5, закрепив гайками 4 оси шарниров в отверстиях планок 3 и 6;

д) определить расстояния  $l_{BS_2}$  и  $l_{CD}$  от центра масс шатуна до осей шарниров;

е) вращая кривошип, проверить работоспособность модели, отметить положения устойчивого и неустойчивого равновесия.

2. Выполнить статическое уравновешивание масс модели кривошипно-коромыслового механизма в следующей последовательности:

а) уравновесить кривошип и коромысло, закрепив винтами 2 в пазах фланцев планки 3 и 6; при этом центры масс кривошипа  $S_1$  и коромысла  $S_3$  совпадают с их осями вращения;

б) определить массы  $m_B$  и  $m_C$ , заменяющие массу шатуна  $m_2$ :

$$m_B = m_2 \frac{l_{CS_2}}{l_{BC}}, \quad m_C = m_2 \frac{l_{BS_2}}{l_{BC}},$$

причем при симметричной конструкции шатуна:

$$m_B = m_C = \frac{m_2}{2}.$$

в) выбрать из набора противовесы массой  $m_{n1}$  и  $m_{n2}$ , определить места их установки:

$$l_{AE} = l_{AB} \frac{m_B}{m_{n1}}, \quad l_{DF} = l_{CD} \frac{m_C}{m_{n2}};$$

в соответствии с полученными размерами закрепить противовесы на планках 3' и 6';

г) вращая кривошип, убедиться в статической уравновешенности механизма (звенья должны занимать безразличное положение равновесия);

д) из-за погрешностей измерений возможна корректировка положений противовесов, при этом смещение противовеса в нужном направлении определяется с помощью кусочка пластилина, размещая его поочередно на планках по разные стороны от противовеса.

### **Контрольные вопросы**

1. Какой механизм называется уравновешенным?
2. Назовите цель уравновешивания механизмов.
3. Что называется статическим уравновешиванием масс механизма?
4. Чем отличается статическое размещение масс от динамического?
5. Можно ли осуществить статическое размещение массы звена по двум точкам? трем? четырем?
6. Что такое противовес? Укажите места установки противовесов.
7. Сколько противовесов необходимо для статического уравновешивания кривошипно-коромыслового механизма?

## Лабораторная работа № 9

### ЧАСТИЧНОЕ СТАТИЧЕСКОЕ УРАВНОВЕШИВАНИЕ КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА

Цель работы: выполнить частичное статическое уравновешивание кривошипно-ползунного механизма

#### Порядок выполнения работы

1. Выполнить частичное статическое уравновешивание кривошипно-ползунного механизма, устранив динамическое воздействие на основание только в вертикальном направлении. Для этого:

а) Определить массу шатуна 2 (рис. 9.1) и положение его центра масс, т.е. параметры  $m_2$ ,  $l_2 = l_{AB}$ ,  $l_{AS2}$ ,  $l_{BS2} = l_2 - l_{AS2}$ . Определить массу  $m_3$  шатуна 3. Указанные параметры могут быть определены заранее и указаны на звеньях механизма.

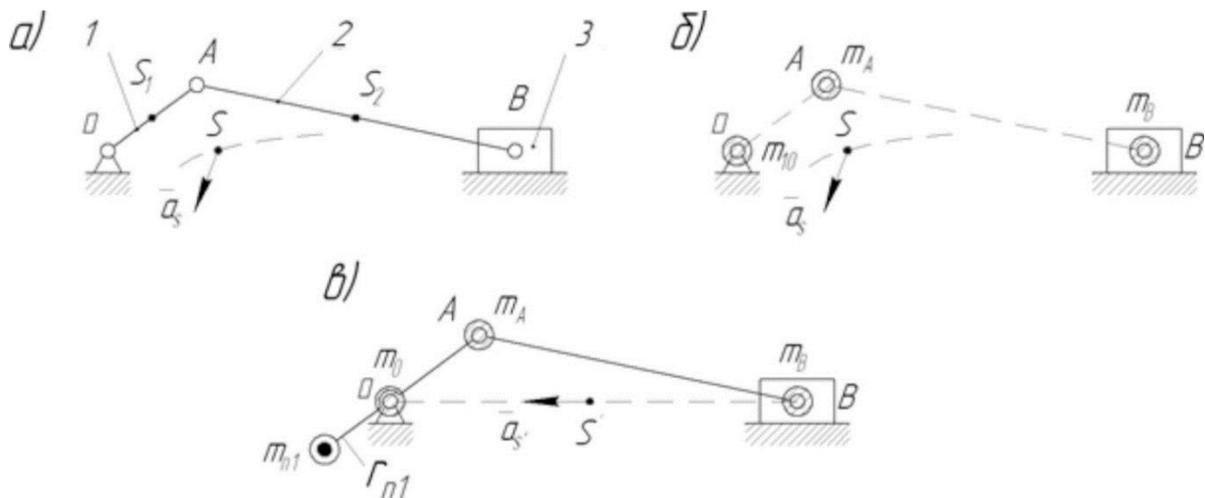


Рис. 9.1

б) Заменить шатун двумя массами, сосредоточенными в точках  $A$  и  $B$ ; согласно (8.3) эти массы определяются по выражениям:

$$m_{2A} = \frac{m_2 l_{BS2}}{l_2}; \quad m_{2B} = \frac{m_2 l_{AS2}}{l_2}.$$

Если шатун симметричен относительно центра масс, то:

$$m_{2A} = m_{2B} = \frac{m_2}{2}$$

в) Т.к. кривошип представляет собой зубчатое колесо, центр масс которого совпадает с центром вращения  $O$ , то общая масса механизма, сосредоточенная в точке  $A$

$$m_A = m_{2A}$$

Масса противовеса  $m_{n1}$  определяется из выражения (8.9). Из конструктивных соображений задается  $r_{n1}$ , тогда:

$$m_{n1} = \frac{m_A l_1}{r_{n1}}$$

Из прилагаемого набора металлических секторов выбирается масса, наиболее близкая к  $m_{n1}$ , после чего уточняется  $r_{n1}$ .

г) Закрепить массу  $m_{n1}$  в расчетном положении  $r_{n1}$ . Установить механизм на подпружиненном основании так, чтобы зубчатое колесо механизма (кривошип) вошло в зацепление с зубчатым колесом электродвигателя. Включив электродвигатель, убедиться, что колебаний платформы в вертикальном направлении нет. Оценить визуально колебания платформы в горизонтальном направлении.

2) Продолжить частичное статическое уравнивание механизма, выполнив для этого следующее:

а) Установить на стойке зубчатые колеса  $z_2, z_3, z_4$  (рис 9.2).

б) Из конструктивных соображений задать  $r_n$ . Используя выражение (8.12), определить

$$m_n = \frac{m_B l_1}{2r_n}$$

Из набора металлических секторов выбрать массу, наиболее близкую к  $m_n$ , после чего уточнить  $r_n$ .

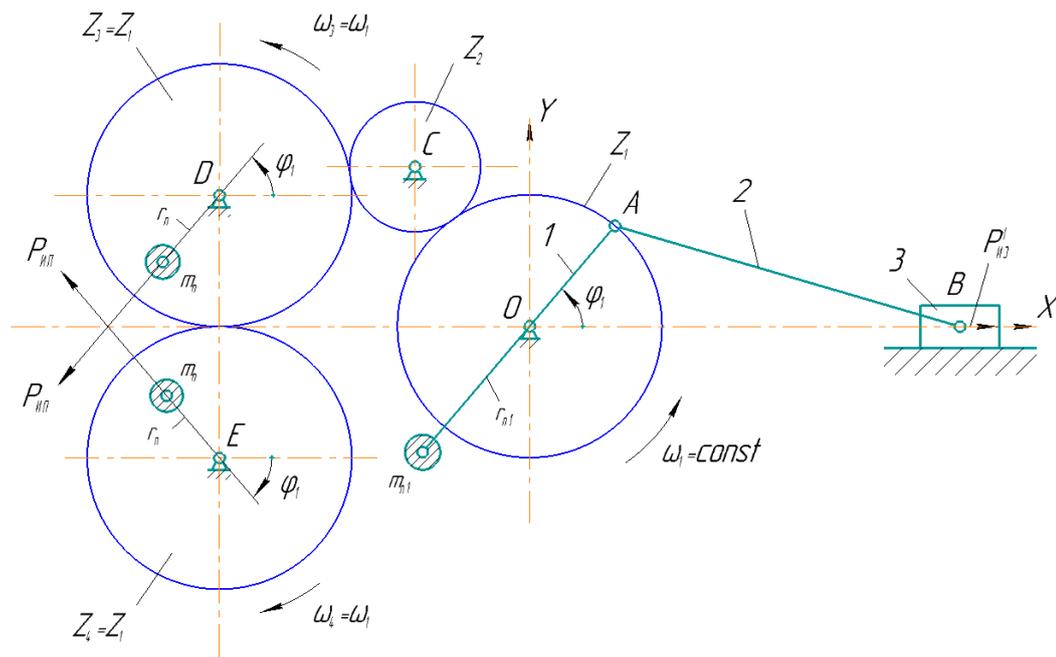


Рис. 9.2

в) Закрепить массы  $m_n$  в расчетных положениях  $r_n$  на колесах  $Z_3, Z_4$ . Включить электродвигатель, оценить визуально колебания платформы, сравнить с колебаниями предыдущего испытания.

## Лабораторная работа №10

### ПОЛНОЕ (ДИНАМИЧЕСКОЕ) УРАВНОВЕШИВАНИЕ ВРАЩАЮЩИХСЯ ЗВЕНЬЕВ ПРИ НЕИЗВЕСТНОМ РАСПОЛОЖЕНИИ НЕУРАВНОВЕШЕННЫХ МАСС

Цель работы: освоить метод динамического уравнивания ротора.

Исходные данные: Станок для динамической балансировки ТММІК, груз, цилиндр.

#### Описание балансировочного станка ТММІК

Станок ТММІК предназначен для определения дисбаланса и динамической балансировки ротора. Принципиальная схема станка показана на рисунке 10.1. Станок устроен следующим образом. Ротор 9 установлен на подшипниках 6 в маятниковой раме 7, которая при помощи шарниров 3 и стоек 2 связана с неподвижным основанием 1. Ось ротора  $z-z$  и ось шарнира 3  $x-x$  лежат в одной плоскости и перпендикулярны между собой. Рама 7 поддерживается пружиной 4 с помощью тяги 5. Вследствие этого ротор вместе с рамой 7, тягой 5 и пружиной 4 образуют упругую систему, которая имеет собственную частоту колебаний относительно оси  $x-x$ . На оси  $z-z$  с каждой стороны ротора установлены два балансировочных диска: 8 и 10. При балансировке ротора в прорезях этих дисков сначала устанавливаются корректирующие грузы, а затем противовесы. Дисбаланс ротора искусственно создается специальным болтом. Ротор может быть приведен во вращение посредством фрикциона и электродвигателя (на рисунке не показаны).

Станок работает следующим образом. Неуравновешенный ротор посредством фрикциона и электродвигателя приводится во вращение. Имеющаяся неуравновешенная масса ротора при его вращении создает центробежную силу. Вертикальная составляющая этой силы, изменяющаяся по гармоническому закону, раскачивает систему ротор-рама-тяга-пружина относительно

оси  $x-x$ . При совпадении частоты возмущающей силы и собственной частоты колебаний система ротор-рама-тяга-пружина, наблюдается резонанс, который сопровождается максимальной амплитудой колебания маятниковой рамы. Величина максимальной амплитуды колебаний маятника рамы замеряется индикатором, закрепленным на стойке (на рис.10.1 не показан).

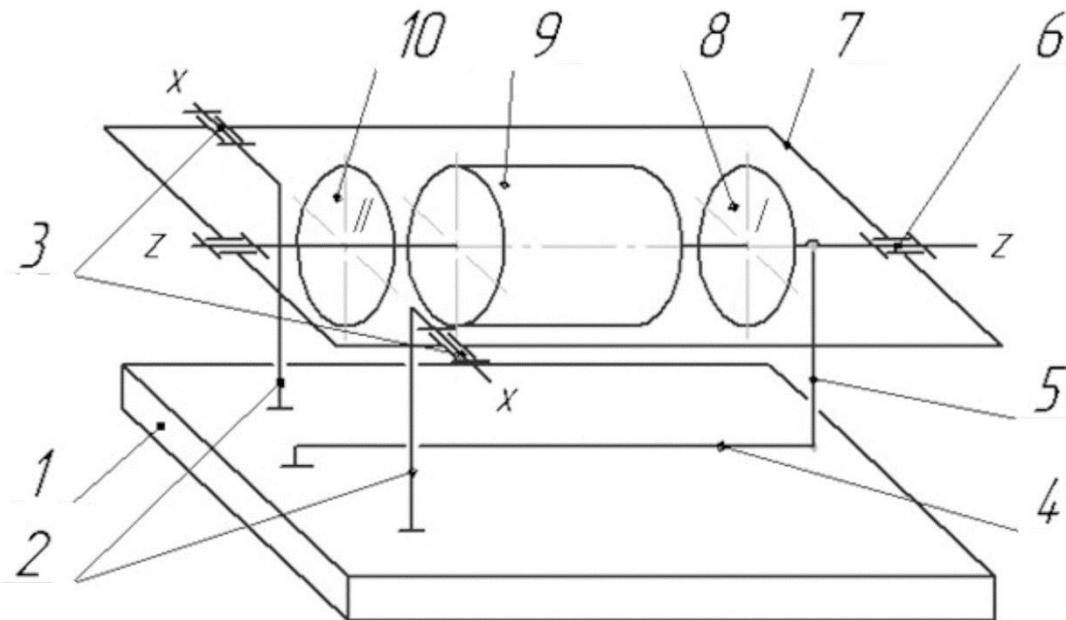


Рис.10.1 Схема станка ТММІК

По максимальной амплитуде колебаний маятниковой рамы, полученным при различных положениях корректирующих грузов, определяют величину и положение неуравновешенной массы ротора, а также величины и положение двух противовесов, устанавливаемых в прорезях дисков 8 и 10.

### Общие сведения

Известно, что все центробежные силы отдельных неуравновешенных масс ротора могут быть сведены к эквивалентной системе двух сил  $P_{u1}$  и  $P_{u2}$ , лежащих в двух произвольно выбранных плоскостях: I и II. Эти силы

могут быть представлены как центробежные силы, возникающие от двух точечных масс:  $m_1$  и  $m_2$ , расположенных в плоскостях I и II на расстояниях  $\rho_1$  и  $\rho_2$  от оси вращения. Силы  $P_{u1}$  и  $P_{u2}$  определяются выражениями:

$$\begin{aligned} P_{u1} &= m_1 \omega^2 \rho_1 \\ P_{u2} &= m_2 \omega^2 \rho_2, \end{aligned} \quad (10.1)$$

где  $\omega$  – частота вращения ротора.

Если в плоскостях I и II установить противовесы с массой  $m_I$  и  $m_{II}$  на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  так, чтобы удовлетворялись условия

$$\begin{cases} m_1 \vec{\rho}_1 = -m_I \vec{r}_I \\ m_2 \vec{\rho}_2 = -m_{II} \vec{r}_{II} \end{cases}, \quad (10.2)$$

то силы инерции ротора будут уравновешены.

Установим ротор в подшипниках так, чтобы плоскость II проходила через ось вращения  $x$ - $x$ . Приведем ротор во вращение. Вертикальная составляющая центробежной силы  $P_{u1}$ , изменяющаяся по гармоническому закону с частотой  $\omega$ , вызовет вынужденные незатухающие колебания маятниковой рамы. При совпадении частоты возмущающей силы с собственной частотой колебаний системы, возникает состояние резонанса. В это время амплитуда колебаний маятниковой рамы станет максимальной. Из теории колебаний известно, что при резонансе амплитуда  $A$  вынужденных колебаний пропорциональна амплитуде возмущающей силы. В нашем случае возмущающей силой является вертикальная составляющая силы  $P_{u1}$ . Следовательно, амплитуда  $A_1$  пропорциональна дисбалансу  $m_1 \rho_1$ :

$$A_1 = \mu m_1 \rho_1 \quad (10.3)$$

где  $\mu$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от постоянных параметров данной установки.

Если определить постоянную  $\mu$  данного станка, то по амплитуде  $A_1$ , зафиксированной на индикаторе, можно установить величину силы  $P_{u1}$ , а это дает возможность определить искомое значение  $m_I r_I$ .

Таким же образом, повторив испытание, но установив ротор плоскостью I на место плоскости II, может определить и значение  $m_{II} r_{II}$ .

Однако остается нерешенным вопрос об определении коэффициента пропорциональности  $\mu$  и направлении сил  $P_{u1}$  и  $P_{u2}$  в плоскостях I и II.

Для определения коэффициента пропорциональности  $\mu$  и направлений, в котором необходимо установить массы  $m_I$  и  $m_{II}$ , к ротору искусственно присоединяются корректирующие массы  $m_g$  на некотором расстоянии  $\rho_g$  от оси вращения ротора.

Установим ротор в подшипниках так, чтобы плоскость II проходила через ось вращения  $x-x$ . Разгоним ротор и замерим максимальную амплитуду колебания  $A$  (мм). После этого установим корректирующую массу  $m_g$  в плоскости I на расстоянии  $\rho_g$  поочередно по одну и по другую сторону оси ротора. Замерим соответствующие максимальные амплитуды  $A_2$  и  $A_3$ . Величины этих амплитуд пропорциональны максимальным вертикальным составляющим центробежных сил инерции  $\vec{R}_2$  и  $\vec{R}_3$ , причем  $A_2 = \mu' R_2$ ;  $A_3 = \mu' R_3$ ;

$$\mu = \mu' \omega \quad (10.4)$$

$$\vec{R}_2 = \vec{P}_{u1} + \vec{P}'_{ug}$$

$$\vec{R}_3 = \vec{P}_{u1} + \vec{P}''_{ug} \quad (10.5)$$

где  $\vec{P}'_{ug}$  и  $\vec{P}''_{ug}$  – вектора сил инерции корректирующих масс при их расположении соответственно по одну сторону относительно оси ротора.

На рисунке 10.2 дано построение параллелограммов сил для указанных двух положений корректирующих масс. Нетрудно убедиться, что эти параллелограммы равны между собой.

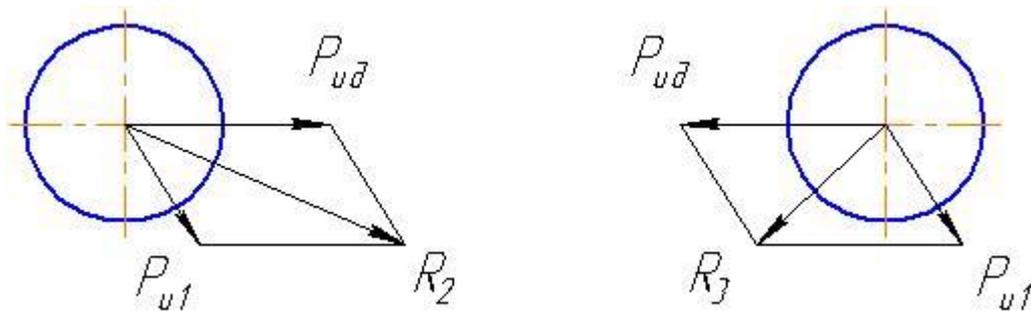


Рис. 10.2

Если силы заменить пропорциональными им величинами амплитуд, то получим подобный параллелограмм  $ABCD$  (рис. 10.3). В этом параллелограмме  $AC = A_2$ ,  $BD = A_3$ ,  $AD = BC = A_1$ ,  $AB = DC = A_g$ . Здесь  $A_g$  – максимальная амплитуда, которая наблюдалась бы при резонансе только от одной корректирующей массы.

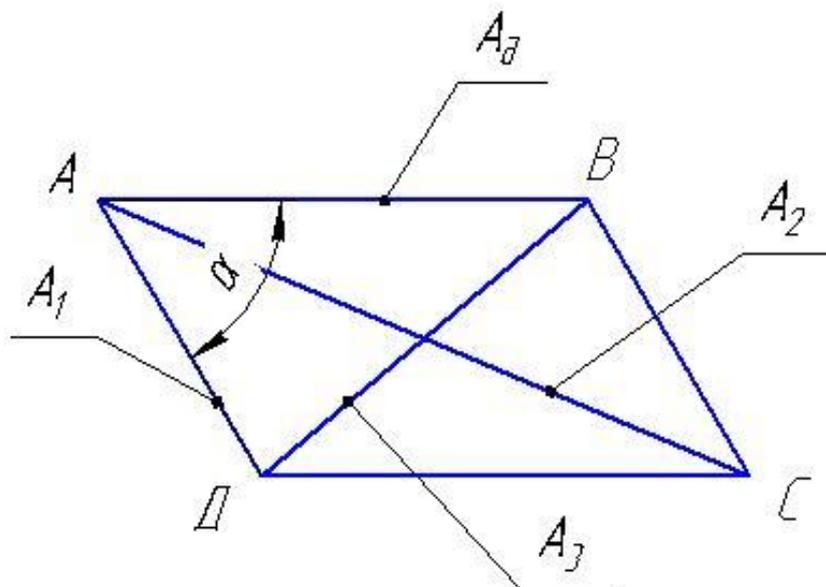


Рис. 10.3

В параллелограмме сумма квадратов всех сторон равна сумме квадратов диагоналей

$$2A_g^2 + 2A_1^2 = A_2^2 + A_3^2$$

Откуда

$$A_g = \sqrt{\frac{A_2^2 + A_3^2 - 2A_1^2}{2}} \quad (10.6)$$

Так как амплитуда  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  могут быть измерены, то амплитуда  $A_g$  может быть определена из последнего выражения.

Как отмечалось, амплитуда вынужденных колебаний пропорциональна дисбалансу, т.е.

$$A_g = \mu m_g \rho_g$$

Откуда

$$\mu = \frac{A_g}{m_g \rho_g} \quad (10.7)$$

Определив коэффициент пропорциональности, используя выражения (10.3), (10.2), можно определить искомое значение  $m_I r_I$

$$m_I r_I = \frac{A_1}{\mu} \quad (10.8)$$

Теперь, задав величину  $m_I$ , можно определить  $r_I$

Направление действия силы  $P_{u1}$ , а значит и положение массы в плоскости I определяется углом  $\alpha_1$  (см. рис. 10.3).

Из  $\triangle ABD$

$$A_3^2 = A_1^2 + A_g^2 - 2A_1 A_g \cos \alpha_1,$$

откуда

$$\alpha_1 = \pm \arccos \left( \frac{A_1^2 + A_g^2 - A_3^2}{2A_1 A_g} \right) + 2k\pi \quad (10.9)$$

Из последнего соотношения будут получены два значения угла. Вопрос об окончательном значении  $\alpha_1$  решается опытным путем.

Поменяв местами плоскости I и II, тем же способом можно определить величины  $m_{II}$ ,  $r_{II}$ ,  $\alpha_{II}$ .

Таким образом, установив в плоскостях I и II противовесы  $m_I$  и  $m_{II}$ , мы полностью уравновешиваем силы инерции ротора.

### Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с установкой и принципом действия установки ТММПК.
2. Привести маятниковую раму при помощи опорных винтов станка и сферического уровня на раме в горизонтальное положение.
3. Установить риски балансировочных дисков в нулевое положение. Диски закрепить стопорами.
4. Индикатор замера амплитуды колебаний маятниковой рамы установить в нулевое положение.
5. Подключить станок в сети 220 В.
6. С помощью электродвигателя и фрикциона разогнать ротор.
7. По индикатору определить амплитуду при резонансе от собственной неуравновешенности ротора. Амплитуда определяется как среднее значение трех измерений.
8. Задаться величинами  $m_g$  и  $\rho_g$  корректирующего груза. Корректирующий груз установить в одном из прорезей балансировочного диска 9 на расстоянии  $P_g$  от оси ротора.
9. Разогнать ротор и определить амплитуду.
10. Балансировочный диск 9 повернуть на валу ротора на  $180^\circ$ . Закрепить диск. Разогнать ротор и определить амплитуду  $A_2$ .

11. Значение амплитуд  $A_1, A_2, A_3$  занести в таблицы 1, 2, 3. Задать значение  $m_I$ . Вычислить значения  $r_I, \alpha_I$ .

12. С балансировочного диска 9 снять корректирующий груз. Противовес массой  $m_I$  установить в одну из прорезей на расстоянии  $r_I$  относительно оси вращения ротора. Диск повернуть на угол  $\alpha_I$  относительно нулевого положения.

13. Разогнать ротор, определить амплитуду контрольной балансировки  $A_k$ .

14. П.п. 12,13 повторить при всех значениях  $\alpha_I$ .

15. Вычислить относительную ошибку остаточной неуравновешенности

$$\delta A_I = \frac{A_{kl}}{A_I}.$$

16. Установить ротор плоскостью I на место плоскости II. Повторив испытание, определить  $m_{II}, r_{II}, \alpha_{II}, \delta A_{II}$ .

Таблица 10.1

Определение максимальной амплитуды колебаний от собственной неуравновешенности ротора ( $A_1$ ) некорректирующими грузами ( $A_2$ ) и ( $A_3$ )

Амплитуда, мм	Измерения				Масса корректирующего груза $m_g$ Радиус расположения груза $\rho_g$ Дисбаланс корректирующего груза $m_g \rho_g$
	1	2	3	среднее	
$A_1$					
$A_2$					
$A_3$					

Таблица 10.2

Таблица для вычисления  $m_I$  и  $r_I$ 

Формула	Вычисление и результат
$A_1^2$	
$2A_1^2$	
$A_2^2$	
$A_3^2$	
$A_2^2 + A_3^2$	
$A_2^2 + A_3^2 - 2A_1$	
$\frac{A_2^2 + A_3^2 - 2A_1}{2}$	
$A_g \sqrt{\frac{A_2^2 + A_3^2 - 2A_1}{2}}$	
$\mu = \frac{A_g}{m_g \rho_g}$	
$m_I r_I = \frac{A_1}{\mu}$	
задать $m_I$	
$r_I = \frac{A_1}{\mu m_I}$	

Таблица для вычисления  $\alpha_I$  и  $\delta A_I$ 

Формула	Вычисление и результат
$A_g^2$	
$A_1^2 + A_g^2$	
$A_1^2 + A_g^2 - A_3^2$	
$A_1 A_g$	
$2A_1 A_g$	
$\cos \alpha_I = \frac{A_1^2 + A_g^2 - A_3^2}{2A_1 A_g}$	
$A_{kI}(\alpha_I)$	
$A_{kI}(-\alpha_I)$	
$A_{kI}(180^\circ - \alpha_I)$	
$A_{kI}(180^\circ + \alpha_I)$	
$\delta A_{kI} = \frac{A_{kI}}{A_1}$	

### Контрольные вопросы

1. Что понимается под частичными (статическими) уравновешиванием вращающегося звена?
2. Что такое статический дисбаланс вращающегося звена?
3. Как можно обнаружить статическую неуравновешенность вращающегося звена?
4. В чем заключаются вредные последствия статической неуравновешенности вращающегося звена?

5. Как устранить статическую неуравновешенность вращающегося звена?
6. Что понимается под полным (динамическим) уравновешиванием вращающегося звена?
7. Как можно обнаружить динамическую неуравновешенность вращающегося звена?
8. В чем заключаются вредные последствия динамической неуравновешенности вращающегося звена?
9. Как устранить динамическую неуравновешенность вращающегося звена?
10. Что такое противовес?
11. Сколько противовесов достаточно для статического уравновешивания?
12. Сколько противовесов достаточно для динамического уравновешивания?
13. Какая плоскость называется плоскостью исправления динамической неуравновешенности вращающегося звена?
14. Может ли динамически уравновешенная вращающееся звено быть статически неуравновешенным?
15. Сколько достаточно плоскостей исправления для динамического уравновешивания?
16. На каком расстоянии находятся плоскости исправления друг от друга?
17. В математической форме записать условия статического и динамического уравновешивания вращающегося звена.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Теория механизмов и машин: Учебник для вузов/ К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др.; Под ред. К.В.Фролова. –М.:Высш.шк., 1998. – 496 с.
2. Механика машин: Учебное пособие для вузов/ И.И. Вульфсон, М.Л. Ерихов, М.З. Козловский и др., Под ред. Г.А. Смирнова.– М.:Высш.шк., 1996. – 511 с.
3. Теория механизмов и машин. Часть 1. Механизмы с низшими кинематическими парами: Учебное пособие для самостоятельной работы студентов/ В.И. Пожбелко, В.А. Буевич, В.А.Лившиц и др.; Под ред. В.И. Пожбелко. – Челябинск: ЧПИ, 1988. – 79 с.
4. Пожбелко В.И., Буевич В.А., Лившиц В.А. Теория механизмов и машин. Часть 2. Механизмы с высшими кинематическими парами: Учебное пособие для самостоятельной работы студентов/ Под ред. В.И. Пожбелко. – Челябинск: ЧГТУ, 1990. – 86 с.
5. Пожбелко В.И., Артемьев М.Н., Лившиц В.А. Синтез рычажных механизмов: Учебное пособие/ Под ред. В.И. Пожбелко. – Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1996. – 58 с.
6. Кулачковые механизмы: Учебное пособие/ Н.И. Ахметшин, В.А. Пермяков, Н.Ф. Родиков, П.В. Писклаков; Под ред. Н.И. Ахметшина. – Изд-во Челябинск: ЧГТУ, 1996. –69 с.
7. Пожбелко В.И., Ахметшин Н.И., Лившиц В.А. Методы решения задач синтеза механизмов. Учебное пособие. –Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1993. – 94 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Лабораторная работа № 1. Структурный анализ плоских шарнирно-рычажных механизмов.....	3
Лабораторная работа № 2. Определение степени подвижности плоских рычажных механизмов по модифицированной структурной формуле.....	10
Лабораторная работа № 3. Экспериментальное определение приведенного момента инерции механизма .....	15
Лабораторная работа № 4. Кинематический синтез кулачкового механизма.....	23
Лабораторная работа № 5. Нарезание эвольвентных цилиндрических прямозубых зубчатых колес методом обкатки .....	32
Лабораторная работа № 6. Кинематический анализ планетарных механизмов .....	41
Лабораторная работа № 7. Синтез планетарного зубчатого механизма.....	48
Лабораторная работа № 8. Статическое уравнивание плоских шарнирно-рычажных механизмов.....	55
Лабораторная работа № 9. Частичное статическое уравнивание кривошипно-ползунного механизма.....	67
Лабораторная работа № 10. Полное (динамическое) уравнивание вращающихся звеньев при неизвестном расположении неуравновешенных масс.....	70
Литература .....	81